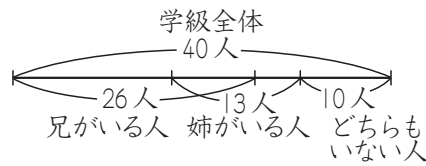
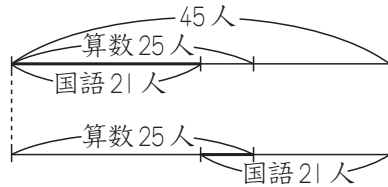


- ④ 兄と姉のどちらかがいる人は、 $(40-10=)30$ 人ですから、両方いる人は、 $26+13-30=9$ (人)したがって、兄だけがいる人は、 $26-9=17$ (人)



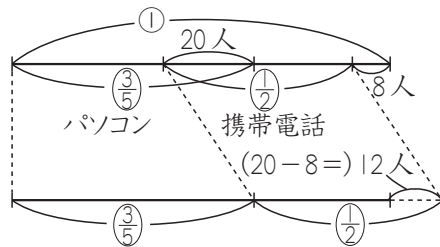
$40-(13+10)=17$ (人)
と求めることもできる。

- ⑤ 算数も国語も80点以上の人が最も多い場合と、最も少ない場合は、それぞれ右のようになります。最も多い場合は21人で、最も少ない場合は、 $25+21-45=1$ (人)したがって、求める範囲は、1人以上21人以下です。



・2つの集まりの問題は、線分図で表すことができる。特に、範囲を考える問題では線分図は有効である。

- ⑥ 全体を①として、線分図に表すと右のようになります。これより、 $20-8=12$ (人)が全体の、 $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-1=\frac{1}{10}$ にあたりますから、全体の人数は、 $12\div\frac{1}{10}=120$ (人)



←「携帯電話を持っている人」を表す部分を、右方向に20人分だけずらして、重なりをなくして考える。

20 差集め算

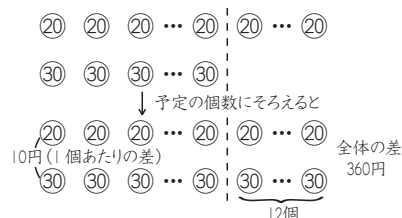
[45ページ]

- | | | |
|-------|--------|--------|
| ① 8個 | ② 720円 | ③ 180円 |
| ④ 68枚 | ⑤ 44人 | ⑥ 600円 |
| ⑦ 8枚 | | |

解説

- ① りんごとなしを1個ずつ買ったときの代金の差は、 $200-150=50$ (円)
この差の集まりが400円ですから、買った個数は、 $400\div50=8$ (個)

- ② 値上がりした商品を予定の個数買うと、代金の差(全体の差)は、 $30\times12=360$ (円)となります。右の図よ



差集め算

全体の差 = 1つあたりの差 × 個数

・個数が異なるときは、個数をそろえて考える。

そろえた個数

= 全体の差 ÷ 1つあたりの差

り、予定の個数(=そろえた個数)は、

$$360 \div (30 - 20) = 36(\text{個})$$

したがって、持っていったお金は、

$$20 \times 36 = 720(\text{円})$$

【別解】

1個20円と30円の商品を、同じ金額で買うときの個数の比は、

$$\frac{1}{20} : \frac{1}{30} = 3 : 2$$

したがって、

$$12 \div (3 - 2) \times 3 = 36(\text{個}) \dots\dots 1 \text{個}20\text{円の商品の個数}$$

$$20 \times 36 = 720(\text{円}) \dots\dots \text{持っていったお金}$$

③ ボールペンをあと

5本多く買って、ボ

ールペン、えんぴつ

ともに15本ずつ買った

たと考えます。この

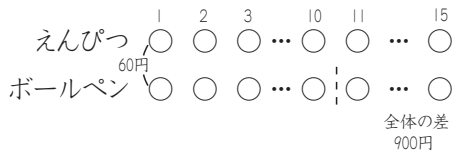
ときの全体の差は、

$$60 \times 15 = 900(\text{円})$$

になります。これがボールペン5本分に当たりますから、ボ

ールペン1本の値段は、

$$900 \div 5 = 180(\text{円})$$



←60円の差が15個集まって全体の差になる。

【別解】

ボールペン1本とえんぴつ1本の値段の比は、

$$\frac{1}{10} : \frac{1}{15} = 3 : 2$$

したがって、ボールペン1本の値段は、

$$60 \div (3 - 2) \times 3 = 180(\text{円})$$

④ 3枚ずつ配る場合と、

4枚ずつ配る場合とで、

必要な折り紙の枚数の

差(=全体の差)は、

$$23 - 8 = 15(\text{枚})$$

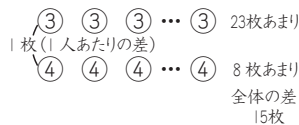
です。この差が、1人あたりの枚数の差が集まったものと考え

られますから、人数は、

$$15 \div (4 - 3) = 15(\text{人})$$

したがって、折り紙の枚数は、

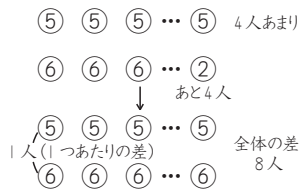
$$3 \times 15 + 23 = 68(\text{枚})$$



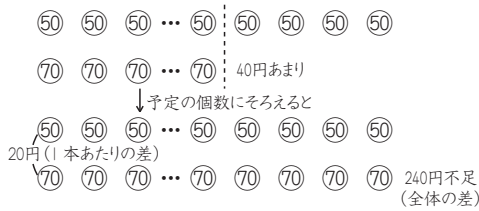
全体の差

- ・あまり-あまり
 - ・不足-不足
 - ・あまり+不足
- で求められる。

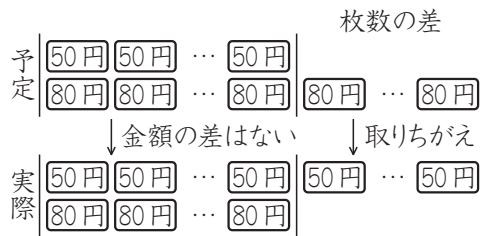
⑤ 1つの長いすに6人ずつすわるとき、あと、
 $6 - 2 = 4$ (人)
 すわれます。これより、1つの長いすに5人ずつすわる場合と6人ずつすわる場合の、すわることのできる人数の差(=全体の差)は、
 $4 + 4 = 8$ (人)
 したがって、長いすの数は、
 $8 \div (6 - 5) = 8$ (きやく)
 ですから、生徒の人数は、
 $5 \times 8 + 4 = 44$ (人)



⑥ 70円のえんぴつを、あと4本多く買って予定の本数にそろえます。このとき、必要な金額の差(=全体の差)は、
 $70 \times 4 - 40 = 240$ (円)
 ですから、予定の本数(=そろえた本数)は、
 $240 \div (70 - 50) = 12$ (本)
 したがって、用意したお金は、
 $50 \times 12 = 600$ (円)



⑦ とりちがえて買って代金が安くなっていますから、予定では、値段の高い方の切手(80円の切手)を多く買うつもりだったことがわかります。1枚あたりの値段の差は、
 $80 - 50 = 30$ (円)
 で、これが集まって、代金の差(=120円)になったと考えられますから、枚数の差は、
 $120 \div 30 = 4$ (枚)
 したがって、予定していた50円切手の枚数は、
 $(20 - 4) \div 2 = 8$ (枚)



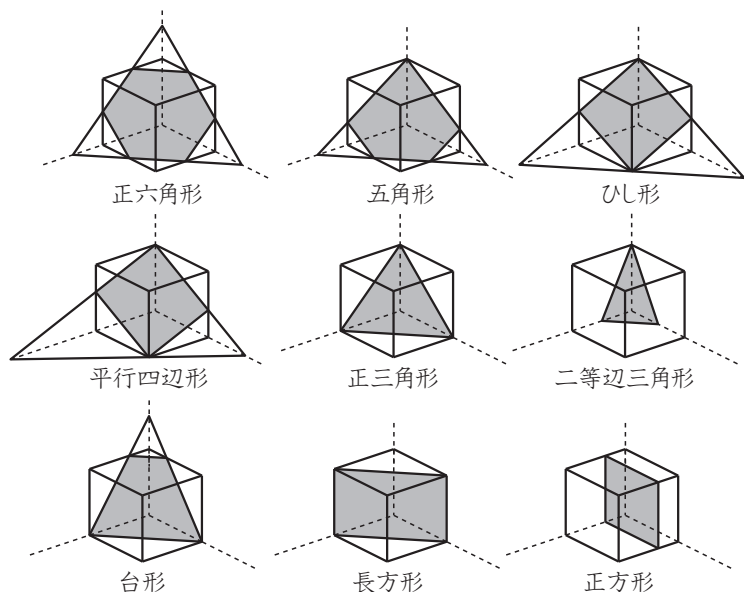
・人を長いすにすわらせる問題や人を部屋に入れる問題では、

- ① 「□人がすわれない(入れない)」
→人数のあまり
- ② 「あと□人がすわれる(入る)」
→人数の不足

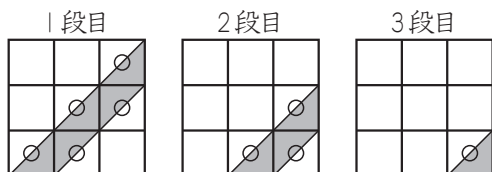
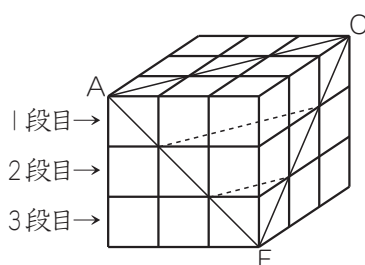
とりちがえて買ったときの代金の差
 = 1個あたりの代金の差 × 個数の差

個数の差
 = 代金の差 ÷ 1個あたりの代金の差

※ 立方体を切断したときの切り口の形



6 3点A, F, Cを通る平面で切ると、切り口の形は右の図のようになります。3つの段それぞれについて真上から見た図をかいて考えます。



○印のついた立方体が切断されている。

切断された立方体の数は、1段目は5個、2段目は3個、3段目は1個ですから、全部で、

$$5 + 3 + 1 = 9 \text{ (個)}$$

42 展開図・投影図

[89ページ]

- ① 144度 ② 体積…62.8cm³, 表面積…96.52cm²
- ③ 体積…384cm³, 表面積…384cm² ④ 20cm
- ⑤ ① 8cm ② 18cm ⑥ 152cm³, 104cm²

解 説

- ① 母線が10cm、底面の円の半径が4cmですから、
 $\frac{4}{10} = \frac{\text{中心角}}{360}$
 したがって、中心角は、
 $360 \times \frac{4}{10} = 144 \text{ (度)}$

立方体の切り口

- ・七角形以上はできない。
- ・正方形や正六角形はできるが正五角形はできない。
- ・四角形以上の図形では、平行な辺が必ずある。

立方体を積んだ立体の切断

- ・切り口の線を入れる。
- ・水平(垂直)な平面で分割し、分割した平面と切断面との交線をかく。
- ・切断面を真上(正面)から見た図をかく。
- ・対称性、規則性に注目して切断された立方体の数をかぞえる。

円すいの展開図の公式

$$\text{母線} \times \text{中心角} = \text{半径} \times 360$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\text{半径}}{\text{母線}} = \frac{\text{中心角}}{360}$$

② この立体は底面が四分円の柱体です。体積は、

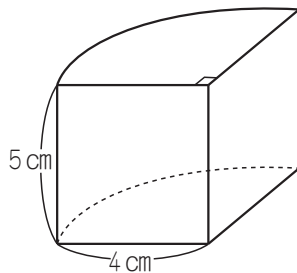
$$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 5 = 62.8(\text{cm}^3)$$

底面のまわりの長さは、

$$4 \times 2 + 4 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 14.28(\text{cm})$$

ですから、この立体の表面積は、

$$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2 + 5 \times 14.28 = 96.52(\text{cm}^2)$$



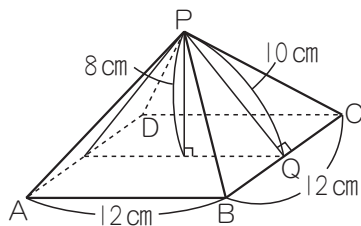
③ この立体は右の図のような四角すいです。この四角すいの高さは8 cmですから、体積は、

$$12 \times 12 \times 8 \times \frac{1}{3} = 384(\text{cm}^3)$$

また、投影図の真正面から見た10 cmの長さは、

頂点Pと辺BCとの最短距離を表していますから、PQとBCは垂直になります。したがって、PQは側面の三角形の高さになります。表面積は、

$$12 \times 12 + 12 \times 10 \div 2 \times 4 = 384(\text{cm}^2)$$



柱体の体積

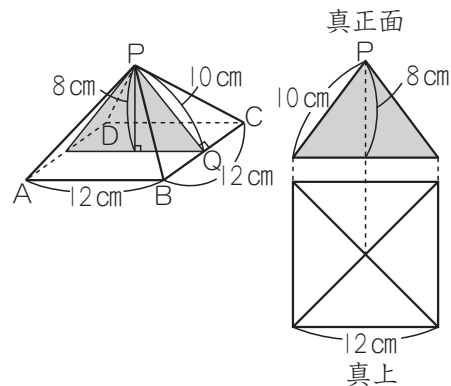
$$\text{底面積} \times \text{高さ}$$

柱体の表面積

$$\text{底面積} \times 2$$

$$+ \text{高さ} \times \text{底面のまわりの長さ}$$

四角すいの投影図



④ 円すいの側面を表すおうぎ形の中心角は、

$$360 \div 4 = 90(\text{度})$$

ですから、

$$\frac{\text{半径}}{\text{母線}} = \frac{\text{中心角}}{360} \rightarrow \frac{5}{\text{母線}} = \frac{90}{360}$$

より、母線の長さは、

$$5 \div \frac{90}{360} = 20(\text{cm})$$

[別解]

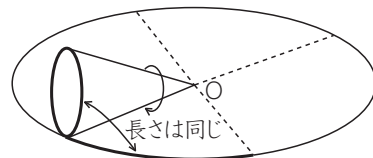
回転数は、

$$(\text{母線} \times 2 \times \text{円周率}) \div (\text{半径} \times 2 \times \text{円周率}) = \text{母線} \div \text{半径}$$

ですから、

$$\text{母線} \div 5 = 4(\text{回転})$$

$$5 \times 4 = 20(\text{cm}) \dots\dots \text{母線の長さ}$$



円すいを転がして1周したとき、

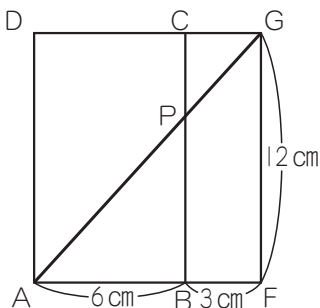
$$\text{回転数} = \text{母線} \div \text{底面の半径}$$

⑤ ①展開図上でひもの通る直線は右の図のようになります。三角形ABPと三角形AFGの相似比は、

$$6 : (6 + 3) = 2 : 3$$

したがって、BPの長さは、

$$12 \div 3 \times 2 = 8(\text{cm})$$



・立体の表面上の最短距離は展開図上では直線になる。

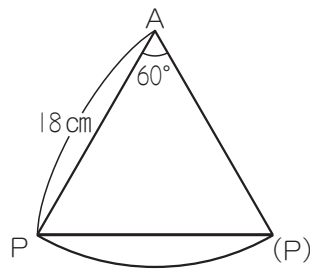
← 三角形の相似

②この円すいの側面の展開図は、右の図のようになります。

$$\frac{3}{18} = \frac{\text{中心角}}{360}$$

より、中心角は、
 $360 \times \frac{3}{18} = 60(\text{度})$

したがって、三角形AP(P)は正三角形ですから、求める長さは18cmです。



円すいの展開図
 $\frac{\text{半径}}{\text{母線}} = \frac{\text{中心角}}{360}$

6 体積が最も大きい場合は(図1)のように積んだときで、最も小さい場合は(図2)のように積んだときです(数字は真上から見たときの立方体の個数)。

1個の立方体の体積は、
 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{cm}^3)$

(図1)の立方体の個数は、
 $3 + 2 \times 8 = 19(\text{個})$

ですから、

$$8 \times 19 = 152(\text{cm}^3) \dots\dots \text{最も大きい場合}$$

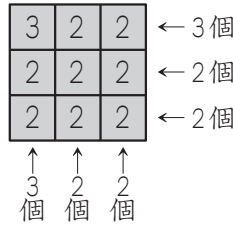
(図2)の立方体の個数は、

$$3 + 2 \times 2 + 1 \times 6 = 13(\text{個})$$

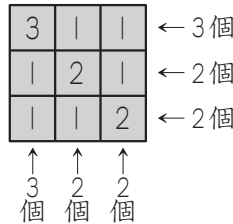
ですから、

$$8 \times 13 = 104(\text{cm}^3) \dots\dots \text{最も小さい場合}$$

(図1)



(図2) (例)



投影図と立体

・真上から見た図をかき、条件を整理する。

43 底面積の変化

[91ページ]

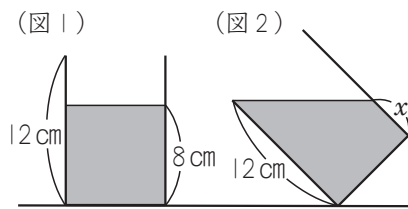
- ① 4 cm ② 32cm³ ③ ① 240cm² ② 11 $\frac{5}{6}$ cm
 ④ ① 8 cm ② 9 cm

解説

① (図1)と(図2)のかげの部分の面積は同じです。(図1)の長方形を、上底と下底がともに8cmの台形と見ると、2つの台形の上底と下底の和は等しいですから、

$$x + 12 = 8 + 8$$

$$16 - 12 = 4(\text{cm}) \dots\dots x$$



←面積が等しいとき、上底と下底の和は等しい。

4①水の体積は、

$$(300 - 60) \times 10 = 2400 (\text{cm}^3)$$

ですから、はじめの水の深さは、

$$2400 \div 300 = 8 (\text{cm})$$

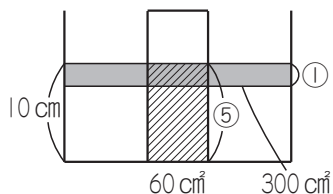
【別解】

右の図の斜線部分とかげの部分の体積は等しいですから、高さの比は、

$$\frac{1}{60} : \frac{1}{300} = 5 : 1$$

したがって、はじめの水の深さは、

$$10 \div 5 \times (5 - 1) = 8 (\text{cm})$$



・体積が同じとき、
底面積の逆比 = 高さの比

②右の図の斜線部分とかげの部分の体積は等しいです。斜線部分の体積は、

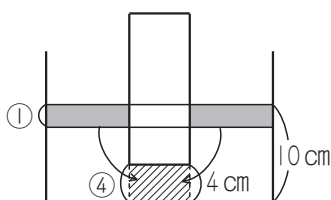
$$60 \times 4 = 240 (\text{cm}^3)$$

ですから、水面は、

$$240 \div (300 - 60) = 1 (\text{cm})$$

だけ下がります。したがって、水の深さは、

$$10 - 1 = 9 (\text{cm})$$



【別解】

斜線部分とかげの部分の高さの比は、

$$\frac{1}{60} : \frac{1}{300 - 60} = 4 : 1$$

したがって、

$$4 \div 4 \times 1 = 1 (\text{cm}) \dots\dots \text{①あたり}$$

$$10 - 1 = 9 (\text{cm})$$

44 水の入った容器

[93ページ]

① 8.4cm

② ① 6cm ② $8\frac{1}{3}$ cm

③ 毎分5.7L

④ ① 3 : 5 ② 20cm

解説

① 水の体積の和は、

$$90 \times 12 + 60 \times 3 = 1260 (\text{cm}^3)$$

底面積の和は、

$$90 + 60 = 150 (\text{cm}^2)$$

ですから、水の深さは、

$$1260 \div 150 = 8.4 (\text{cm})$$

②①グラフより、5分後の水面の高さが5 cmですから、1分間に
 入る水の体積は、

$$12 \times 10 \times 5 \div 5 = 120 (\text{cm}^3)$$

また、(17-5=)12分間で、
 水面の高さは、

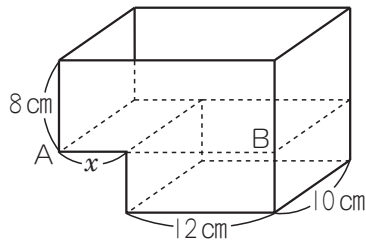
$$13 - 5 = 8 (\text{cm})$$

上がりましたから、図のA B
 の長さは、

$$120 \times 12 \div (8 \times 10) = 18 (\text{cm})$$

したがって、 x の長さは、

$$18 - 12 = 6 (\text{cm})$$



←(8×10)の面を底面と見る。

【別解】

0分～5分では、水面は1分間に、

$$5 \div 5 = 1 (\text{cm})$$

ずつ上がります。5分～17分では、水面は1分間に、

$$(13 - 5) \div (17 - 5) = \frac{2}{3} (\text{cm})$$

ずつ上がりますから、水面が上がる速さの比は、

$$1 : \frac{2}{3} = 3 : 2$$

したがって、下の段と上の段の底面積の比は、

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$$

ですから、

$$12 \div 2 \times 3 = 18 (\text{cm}) \quad \dots\dots \text{A B の長さ}$$

$$18 - 12 = 6 (\text{cm}) \quad \dots\dots x \text{ の長さ}$$

・一定の割合で水を入れるとき、
 水面の上昇速度の逆比は底面積の比
 に等しい。

②5分～10分までに入った水の量は、

$$120 \times (10 - 5) = 600 (\text{cm}^3)$$

したがって、

$$600 \div (18 \times 10) = 3 \frac{1}{3} (\text{cm})$$

$$5 + 3 \frac{1}{3} = 8 \frac{1}{3} (\text{cm})$$

【別解】

5分～17分では、水面は1分間に $\frac{2}{3}$ cmずつ上がりますから、

$$5 + \frac{2}{3} \times (10 - 5) = 8 \frac{1}{3} (\text{cm})$$

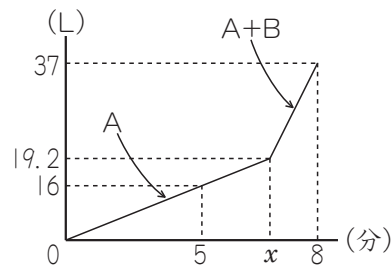
③ A管から1分間に入る水の
 量は、

$$16 \div 5 = 3.2 (\text{L})$$

ですから、グラフの x の値は、

$$19.2 \div 3.2 = 6 (\text{分})$$

A, B 2つの管から1分間に
 入る水の量は、



$$(37 - 19.2) \div (8 - 6) = 8.9(\text{L})$$

したがって、B管から1分間に入る水の量は、

$$8.9 - 3.2 = 5.7(\text{L})$$

4①①仕切りの高さまで水が入るとき、AとBの部分に入る水の体積の比は、

$$9 : (24 - 9) = 3 : 5$$

ですから、AとBの部分の底面積の比も3 : 5です。

②図のCの部分には(74 - 24 =)50分で水が入っていますから、Cの部分の横の長さとのAの部分の横の長さの比は、

$$\frac{50}{80 - 30} : \frac{9}{30} = 10 : 3$$

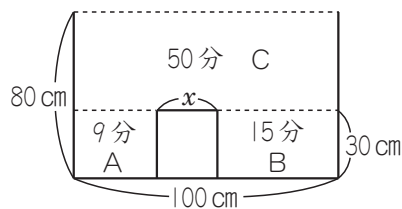
したがって、

$$100 \div 10 \times 3 = 30(\text{cm}) \quad \dots\dots \text{Aの部分の横の長さ}$$

$$30 \div 3 \times 5 = 50(\text{cm}) \quad \dots\dots \text{Bの部分の横の長さ}$$

ですから、 x の長さは、

$$100 - (30 + 50) = 20(\text{cm})$$



・一定の割合で水を入れるとき、
入れた時間の比 = 体積の比