

第12回 図形(4)

*円周率は3.14とします。

今回の主なテーマ

◎水量・水深の問題 ◎立体の切断② など

1行問題 ベストセレクション

ステージ
1

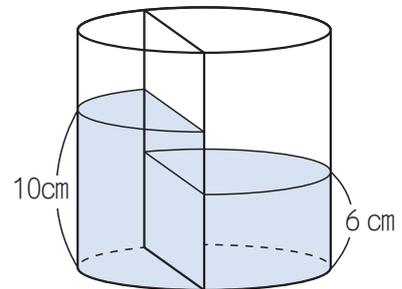
問正解！ / 8問

 (易)

- 1 ^{たて}縦25m，横18mのプールがあります。このプールが空の状態から，水を毎分600Lの割合で7時間30分入れました。水の深さは何cmになりましたか。ただし，プールは直方体の形をしていて，水があふれることはなかったものとします。

 (やや易)

- 2 右の図のように，底面積が 200cm^2 の円柱の形の容器の中が，底面と垂直な長方形の仕切りで2つの部分に分けられています。分けられた2つの部分に同じ量の水を入れたところ，水面の高さはそれぞれ10cm，6cmになりました。容器に入れた水量は全部で何 cm^3 ですか。仕切りの厚さは考えません。



 (やや易)

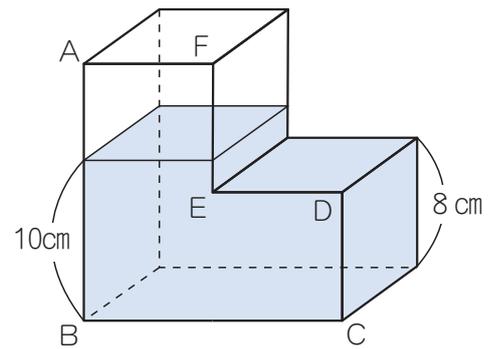
- 3 底面積が 600cm^2 の円柱の形の容器に水が入っています。底面積が 150cm^2 の円柱のおもりを，底面が容器の底につくまで入れたところ，おもりの一部が水面より上に出て，水面は4cm上がりました。容器に入っている水量は何 cm^3 ですか。ただし，容器から水があふれることはなかったものとします。

 (やや易)

- 4 底面積が 400cm^2 の円柱の形の容器に，30cmの深さまで水が入っています。底面積が 200cm^2 ，高さが40cmの円柱のおもりを，底面が容器の底につくまで入れると，水の深さは何cmになりますか。ただし，容器から水があふれることはなかったものとします。

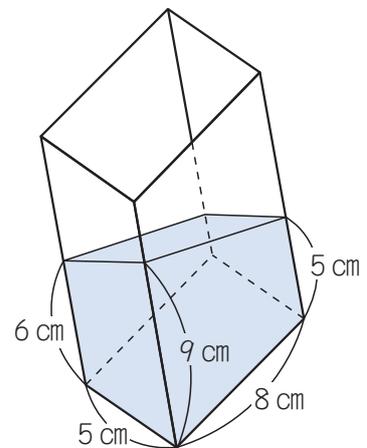
 (やや易)

- 5 1辺8 cmの立方体を3つ組み合わせた形の密閉された容器に、右の図のように水が入っています。この容器を、辺BCを固定して手前に90度倒し、面ABCDEFが下になるようにすると、水の深さは何cmになりますか。



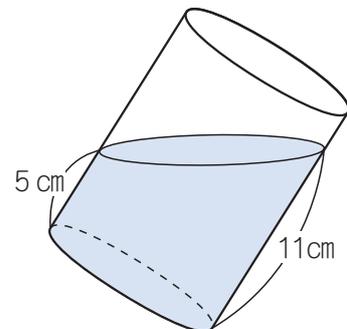
 (やや易)

- 6 右の図は、水の入った直方体の形の容器を傾けたようすです。容器に入っている水量は何 cm^3 ですか。



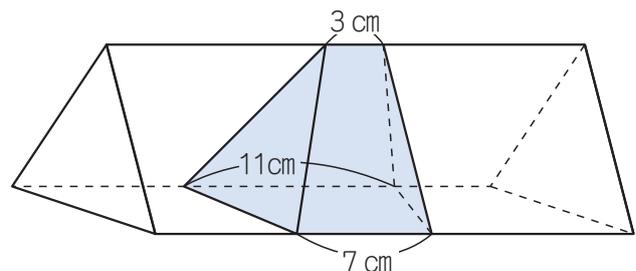
 (やや易)

- 7 右の図は、水の入った円柱の形の容器を傾けたようすです。容器の底面の半径は5 cmです。容器に入っている水量は何 cm^3 ですか。



 (やや易)

- 8 底面積が 60cm^2 の三角柱があります。この三角柱を、右の図のように2つの平面で左右を切り落としました。中央に残った立体(色のついた立体)の体積は何 cm^3 ですか。



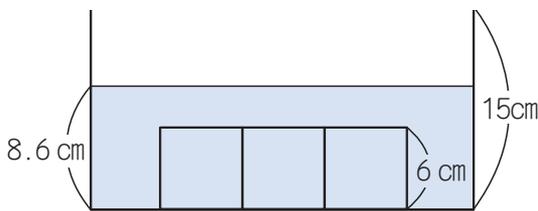
 (ふつう)

- 1 円柱の形の2つの容器A, Bがあり, Aの高さはBの高さの2倍です。Aいっぱいに入れたから, その水の $\frac{2}{3}$ を空のBに移したところ, Bの高さの $\frac{4}{5}$ まで水が入りました。AとBの底面積の比を求めなさい。

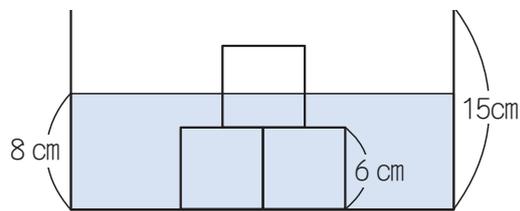
 (ふつう)

- 2 高さ15cmの直方体の形の容器に, ある深さまで水が入っています。この容器に, 1辺6cmの立方体のおもりを3個入れます。(図1)のように, 3個のおもりを横に並べると, 水の深さは8.6cmになります。また, (図2)のように, 2個のおもりを横に並べて, その上にもう1個のおもりを重ねると, 水の深さは8cmになります。容器の底面積は何 cm^2 ですか。

(図1)

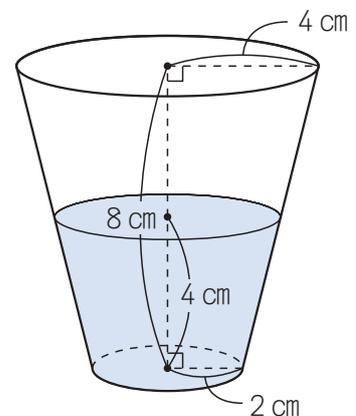


(図2)



 (ふつう)

- 3 円すいを底面と平行な面で切った形のコップがあります。上の面の半径は4cm, 下の面の半径は2cmで, 高さは8cmです。このコップに一定の割合で水を入れたところ, 3.8秒後のようすは右の図のようになり, 水面の高さは4cmでした。このコップがいっぱいになったのは, 水を入れ始めてから何秒後ですか。

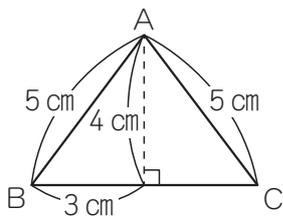




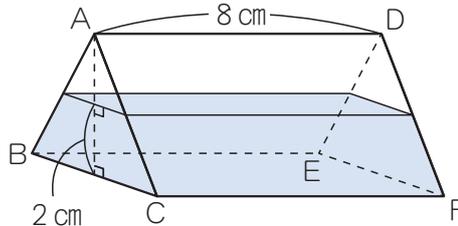
(ふつう)

- 4 底面が(図1)のような二等辺三角形ABCで、高さが8cmの三角柱の形の密閉された容器に、いくらか水が入っています。この容器を、(図2)のように面BCFEを下にして置いたところ、水面の高さは2cmになりました。次に、この容器を(図3)のように傾けたところ、水面は三角形BGHになりました。(図3)のHDの長さは何cmですか。

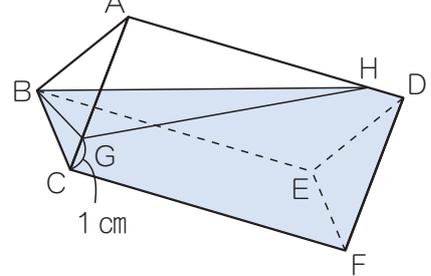
(図1)



(図2)

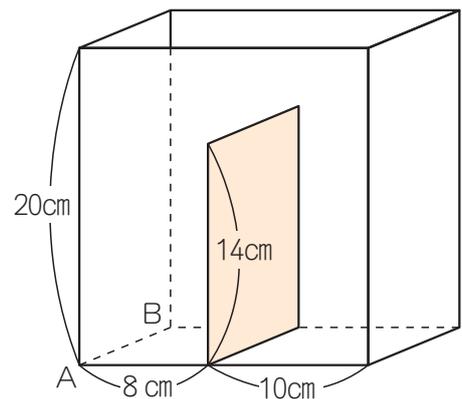


(図3)



(やや難)

- 5 右の図のように、直方体の形の容器の中に、側面と平行な長方形の仕切りがついています。この容器に水を満たしてから、辺ABを床につけたまま静かに左に45度傾けて水をこぼし、もとの位置に戻しました。仕切りより右側の部分の水面の高さは何cmになりましたか。仕切りの厚さは考えません。



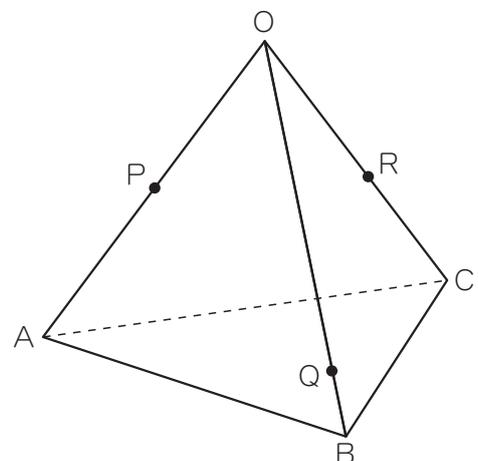
(やや難)

- 6 右の図のような三角すいがあります。3点P, Q, Rはそれぞれ辺OA, OB, OC上の点で、

$$OP : PA = 1 : 1$$

$$OQ : QB = 5 : 1$$

です。この三角すいを3点P, Q, Rを通る平面で切ったところ、切り分けられた立体のうち、頂点Aを含む立体の体積は、もとの三角すいの体積の $\frac{16}{21}$ 倍になりました。OR : RCを求めなさい。





標準演習



正確に答えまで出し切ろう！



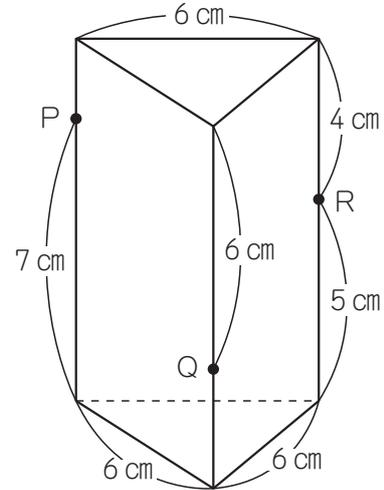
(ふつう)

#三角柱の斜め切断

□ ① 右の図のような、底面が正三角形の三角柱を、3点P、Q、Rを通る平面で切ります。これについて、次の問いに答えなさい。

(1) 切り分けられた2つの立体について、小さい方の立体の体積と大きい方の立体の体積の比を求めなさい。

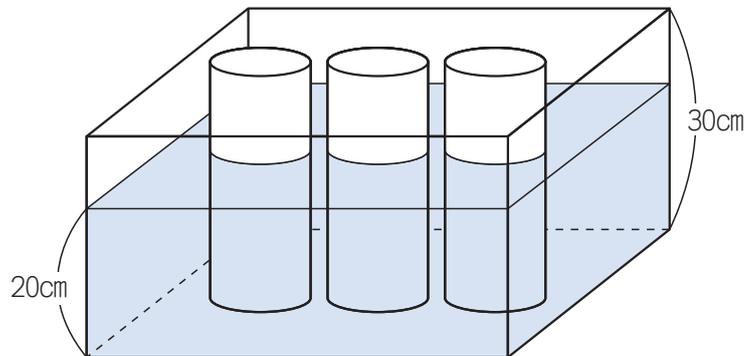
(2) 切り分けられた2つの立体の表面積の差は何 cm^2 ですか。



(ふつう)

#容器に棒を立てる

□ ② 右の図のように、高さ30cmの直方体の形の水そうの底に、高さ32cmの同じ円柱の棒^{ぼう}を3本立てた状態で、20cmの深さまで水を入れました。もし、水そうから円柱の棒を1本だけ取り出すと、水面が2cm低くなります。これについて、次の問いに答えなさい。



(1) 水そうの底面積と、円柱の棒1本の底面積の比を求めなさい。

(2) もし、水そうから棒を3本とも取り出すと、水の深さは何cmになりますか。

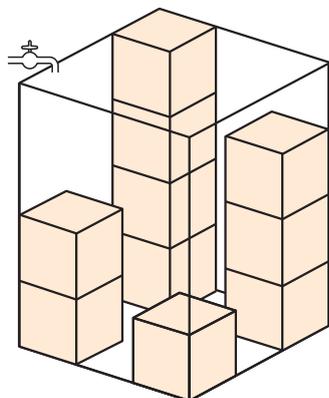
(3) 円柱の棒を3本とも水そうの中で横に倒したところ、棒全体が水の中に入りました。水の深さは何cmになりましたか。



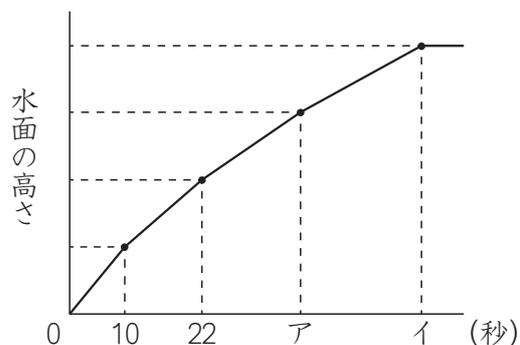
#水深グラフ #底面積変化

□3 (図1)のように、直方体の形の容器の4隅に、同じ大きさの立方体のおもりを、1段、2段、3段、4段と合計10個積んで入れました。この状態で、容器に一定の割合で水を入れました。(図2)のグラフは、水を入れ始めてからの時間と、水面の高さの関係を表したものです(グラフは●印のところで折れています)。グラフのア、イにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

(図1)



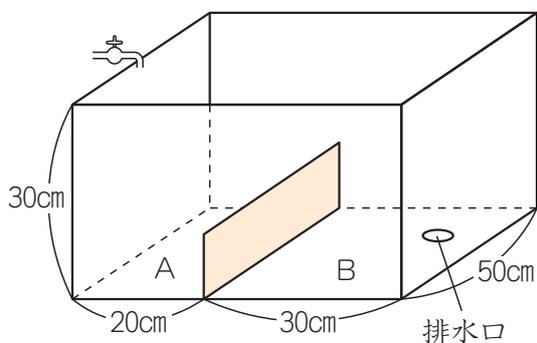
(図2)



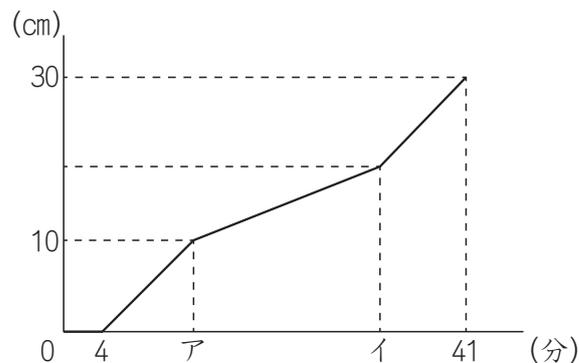
#水深グラフ #仕切り #給水と排水

□4 (図1)のような直方体の形の容器があります。容器の底は、側面と平行な長方形の仕切りでA、Bの2つの部分に分けられています。Aの上には一定の割合で水を入れる蛇口がついています。また、Bの底には排水口がついていて、排水口を開けると、Bの部分に水がたまっている間は毎分1Lの割合で排水口から水が出ていきます。容器に水が入っていない状態から、蛇口と排水口を同時に開け、しばらくしてから排水口だけを閉じました。(図2)のグラフは、水を入れ始めてからの時間と、Bの部分の水面の高さの関係を表したものです。これについて、次の問いに答えなさい。ただし、仕切りの厚さは考えません。

(図1)



(図2)



(1) 蛇口からは毎分何Lの割合で水が入りますか。

(2) グラフのア、イにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

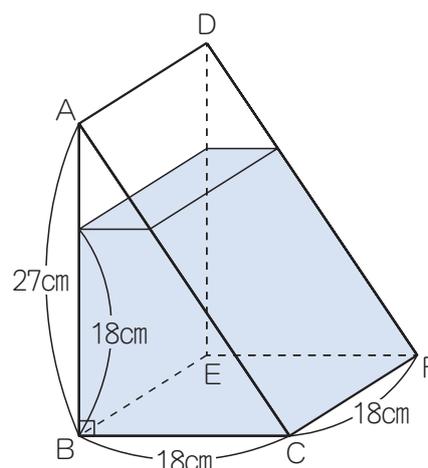
よっくんから

排水口から水が出るのはいつからいつまで？



□ 5 右の図のような三角柱の形の密閉された容器に、水が入っています。面BCFEを下にして置くと、水面の高さは18cmになります。これについて、次の問いに答えなさい。

- (1) 面ABCを下にして置くと、水面の高さは何cmになりますか。
- (2) 面ABEDを下にして置くと、水面の高さは何cmになりますか。



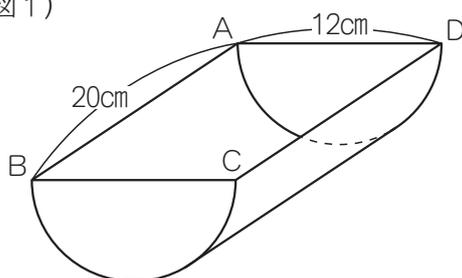
よっくんから

実際に体積を求めなくても…

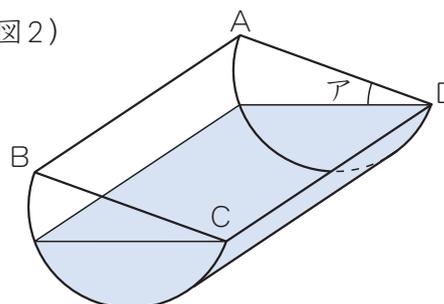


□ 6 (図1)のような、円柱を底面に垂直な面で半分にした形の容器があり、面ABCDは開いています。この容器を水平な床に置き、容器に水をいっぱい満たした後、(図2)のように容器を傾けていき、水をこぼしました。(図2)の辺ADと水面が作る角をアとして、次の問いに答えなさい。

(図1)



(図2)



- (1) 角アの大きさが30度になったとき、床からはかった水面の高さは何cmですか。
- (2) 角アの大きさが45度になったとき、容器に残った水量は何cm³ですか。
- (3) 角アの大きさが60度になったとき、容器に残った水量は、(1)のときよりも何cm³少ないですか。

よっくんから

実質的に平面図形の問題だよ。



応用演習



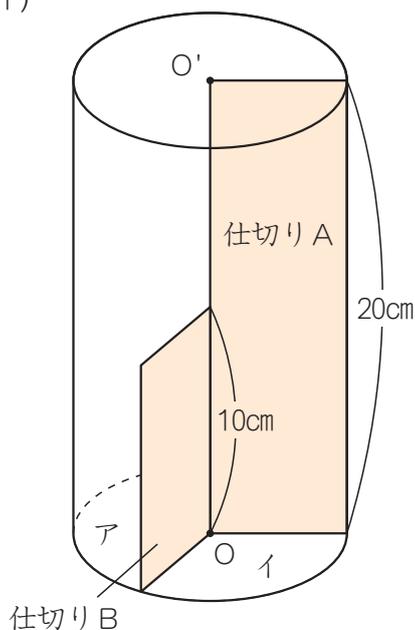
難関校の合否の鍵となる応用問題に取り組もう！

(やや難)

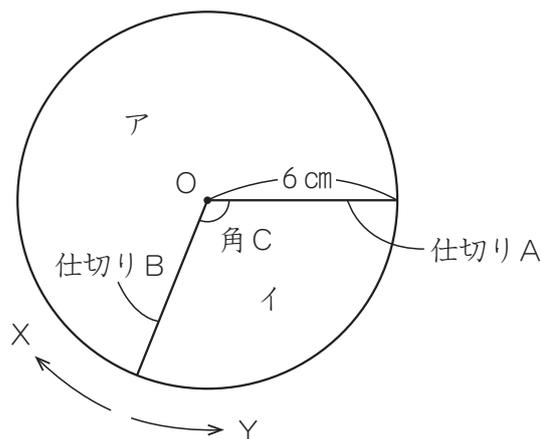
#水深変化 #仕切りの移動

□ 1 (図1)のような、底面が半径6cmの円で、高さが20cmの円柱の形の容器があります。この容器の底は、2つの長方形の仕切りA、Bによって、ア、イの2つの部分に分けられています。Aは縦20cm、横6cmで、Bは縦10cm、横6cmです。A、Bの仕切りはどちらも容器の底面と垂直で、横の辺が容器の底の半径の位置にくるように設置されています。また、Aは容器の底に固定されていますが、Bは直線 OO' を軸として回転させることができます。(図2)は、容器を上から見た様子です。はじめ、イの部分の中心角(これを角Cとします)は90度で、アの部分にだけ水がいくらか入っており、イの部分は空になっています。この状態から、Bを静かにXの方向に回転させたところ、角Cの大きさが160度になったときに水がBを乗り越えてイの部分に入り始めました。これについて、次の問いに答えなさい。ただし、仕切りの厚さは考えません。

(図1)



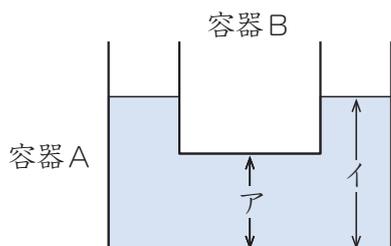
(図2)



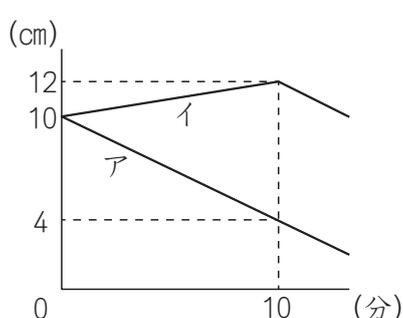
- (1) 容器の中に入っている水量は全部で何 cm^3 ですか。
- (2) イの部分の水面の高さが2cmになったとき、Bを止めました。このときの角Cの大きさは何度ですか。
- (3) (2)の状態から、Bを静かにYの方向に回転させ、アとイの部分の水面の高さの比が7:2になったところで、再びBを止めました。このときの角Cの大きさは何度ですか。

□ 2 円柱の形の高さ15cmの容器Aに、10cmの深さまで水が入っています。この中に、円柱の形の空の容器Bを、底の面を下にして、一定の速さでまっすぐ沈めていきます。このとき、(図1)のように、Aの底からBの底まで、Aの水面までの長さをそれぞれア、イとします。(図2)のグラフは、Bの底が水面についてからの時間と、ア、イの長さの関係を表したものです。2つの容器の底はつねに平行で、容器の厚さは考えないものとして、次の問いに答えなさい。

(図1)

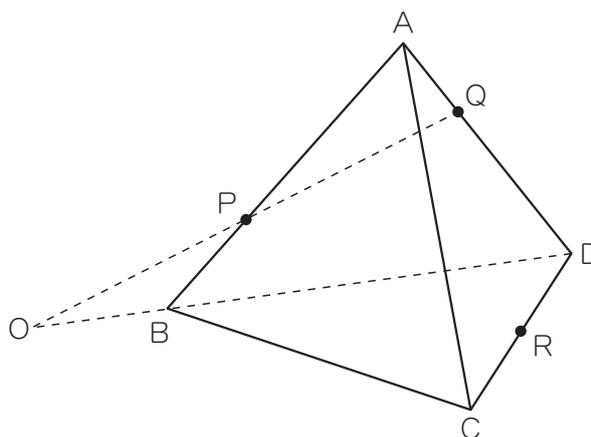


(図2)



- (1) Bの高さは何cmですか。また、AとBの底面積の比を求めなさい。
- (2) Bの中に、Bの高さの半分まで水が入るのは、Bの底が水面についてから何分何秒後ですか。

□ 3 右の図のような、1辺6cmの正三角形を4つはり合わせた三角すいがあります。3点P, Q, Rはそれぞれ辺AB, AD, CD上の点で、
 $AP = DQ = 4\text{ cm}$
 $CR = 3\text{ cm}$
 です。この三角すいを、3点P, Q, Rを通る平面で切ります。これについて、次の問いに答えなさい。

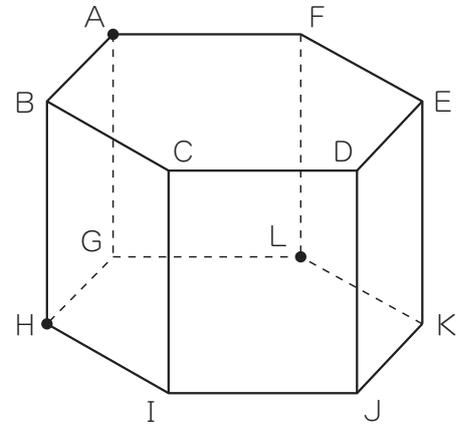


- (1) 辺DBと直線QPを延長して交わる点をOとすると、OBの長さは何cmですか。
- (2) 切り口の面が辺BCと交わる点をSとすると、BSの長さは何cmですか。
- (3) 切り分けられた立体のうち、頂点Bを含む立体の体積は、もとの三角すいの体積の何倍ですか。

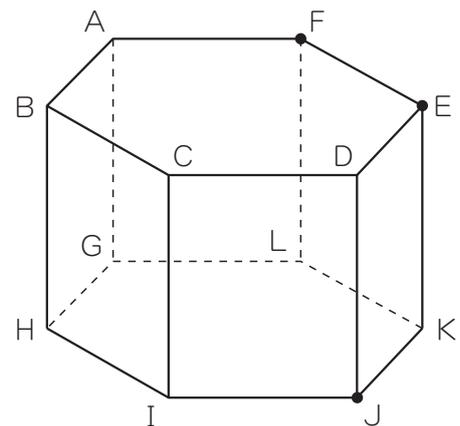


□ 4 正六角形を底面とする六角柱 $ABCDEF - GHIJKL$ をさまざまな平面で切ります。これについて、次の問いに答えなさい。

(1) 六角柱 $ABCDEF - GHIJKL$ を、3点 A, H, L を通る平面で2つに切り分けるとき、小さい方の立体の体積と大きい方の立体の体積の比を求めなさい。



(2) 六角柱 $ABCDEF - GHIJKL$ を、3点 E, F, J を通る平面で2つに切り分けるとき、小さい方の立体の体積と大きい方の立体の体積の比を求めなさい。



よっくんから

小さい方の立体を分割して考えよう。



(3) 六角柱 $ABCDEF - GHIJKL$ を、3点 A, I, K を通る平面で2つに切り分けます。

- ① 切り口の面が辺 BH と交わる点を P とするとき、 $BP : PH$ を求めなさい。
- ② 切り分けられた立体について、小さい方の立体の体積と大きい方の立体の体積の比を求めなさい。

