

この本で学習するみなさんへ

『予習シリーズ5年①算数』は、4年生までに学習した知識(下の青枠内参照)をふまえて、さらに掘り下げた学習をしていきます。

濃さ、旅人算、場合の数の計算、図形の移動など、小学校の算数の教科書のはん図をこえて、中学入試らしいテーマがいよいよ本格的に登場してきます。

これらのテーマは、どれも4年生で学習したことが基礎になっています。基礎ができていないと、応用問題を解いても身につきません。必要に応じて、4年生の予習シリーズや夏期講習教材を読み返しながら取り組むようにしましょう。

本書は、

- ① 予習シリーズ4年①算数
- ② 4年夏期講習算数【必修編】
- ③ 予習シリーズ4年①算数

の学習内容を前提としてかかれています。

※ 予習シリーズ算数の①と⑦の内容は直接はつながらないのでご注意ください。
「①→②→③→本書」の順に読むと、内容がつながるようにかかれています。

②の4年夏期講習算数【必修編】は、予習シリーズの①と⑦の間に学習するもので、予習シリーズにはふくまれない必修テーマを8項目あつっています。

1 1週間の学習計画

各回が1週間の学習はん図になっています。

自分にあった計画を立てて学習を進めるようにならう。

2 各回の構成と学習方法

●本文

算数の学習で大切なことは、問題の解き方を暗記することではなく、なぜそのように解くことができるのかを正しく理解することです。本文では、その週に学習する考え方を、やさしい導入でわかりやすく説明してあります。

す。いきなり問題を解くのではなく、まずは自分でここをしっかりと読むことから始めましょう。

●例題・解き方

本文で身につけた考え方を、実際にどのように使って問題を解けばよいのかを、具体的な問題を使って説明しています。

自信がある人は、はじめは解き方を見ないで、自分でノートにやってみましょう。

また、**難関校対策**のマークがついた例題は、難関校を目指す人がぜひ身につけてほしい考え方をあつめています。難度が高く

なっているので、必修ではありません。基礎が十分身についてからチャレンジするというのもよいでしょう。

●類題

例題を解き終えたら、自分で類題を解いて、その内容を理解できたかを確認しましょう。

この本の学習で最も大切なのはここまでの大半です。ここまでがしっかりとできていれば、あとの学習が無理なく進められます。

●基本問題・練習問題

その週に学習する考え方の理解を深めるための問題を集めました。

基本問題は必ず解けるようにしておくべき問題で、練習問題は応用力を試す問題もふくまれています。

1題1題解いていくうちに、理解が深まり、たしかな力がついてきます。

難関校対策のマークのついた問題は、同じマークのついた例題と同様、難関校を目指す人のための練習問題です。この問題は、必ず、**難関校対策**のマークがついた例題を学習してから取り組むようにしてください。

●解答と解説

類題・基本問題・練習問題の解答と解説がついています。問題を解いたら必ず答え合わせをしましょう。

まちがえた問題は、解説をよく読んで、こ

の次は解けるようにしましょう。また、正解した問題についても、解説の解き方と自分の解き方をくらべてみましょう。

3 総合回

5回に1回程度、復習のための「総合回」があります。

前に学習したこと忘れてしまっている場合は、その回にもどって読みなおしましょう。

4 副教材の活用

●計算

予習シリーズに合わせて、毎日1ページずつ計算練習ができるように作られています。

●演習問題集

予習シリーズで学習した後、学習内容をしっかりと定着させるための問題集です。

予習シリーズの問題を自力で解けるようになったかを確認するための「反復問題」、基本事項を徹底的にくり返す「トレーニング」、予習シリーズの練習問題のレベル以上の問題を集めた「実戦演習」を掲載しています。

●最難関問題集

予習シリーズ、演習問題集を学習した後、さらに上を目指す人向けの問題集です。中学入試で実際に出題された問題も掲載しています。

第8回 多角形の回転・転がり移動

1 多角形の回転移動

図形が、ある点を中心にして回転するようすを観察してみましょう。

下の例1は、三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に40度回転させたようすです。

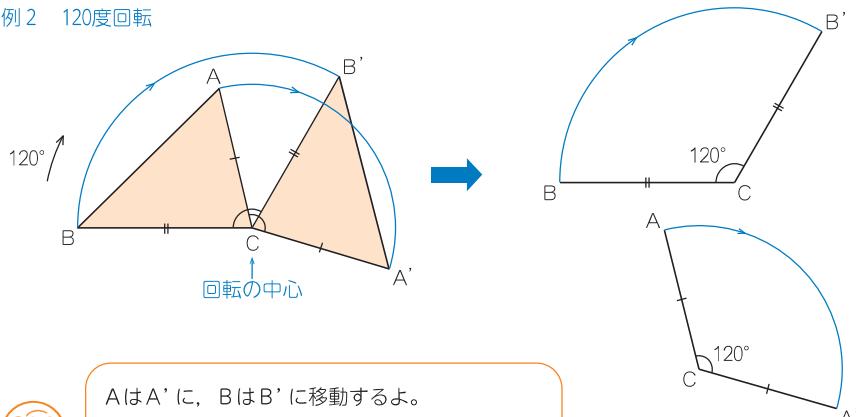
また、例2は、三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に120度回転させたようすです。

図形が回転移動するときは、図形上のどの点も、同じ点を中心にして同じ角度だけ回転しますから、動いたあとの線は、どれも中心角が等しいおうぎ形の弧になります。

例1 40度回転



例2 120度回転

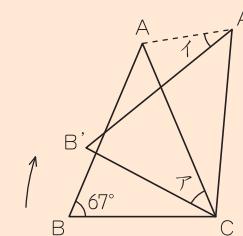


まず、角度に関する問題から解いてみましょう。

例題1

右の図の三角形ABCは、辺ABと辺ACの長さが等しい二等辺三角形です。三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に28度回転させたところ、三角形A'B'C'に移りました。

- (1) 角アの大きさは何度ですか。
- (2) 角イの大きさは何度ですか。



解き方

(1) 三角形ABCは二等辺三角形ですから、角ACBは角ABCと等しく67度です。

角BCB'は28度ですから、角アは、

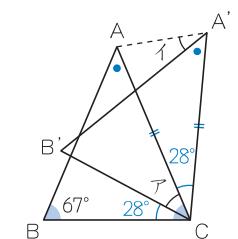
$$67 - 28 = 39\text{ (度)}$$

(2) $180 - 67 \times 2 = 46\text{ (度)}$ ……●
CAとCA'の長さは等しいですから、三角形CA'Aは二等辺三角形です。

角ACA'は28度ですから、

$$(180 - 28) \div 2 = 76\text{ (度)} \quad \dots \dots \text{角} C A' A$$

$$76 - 46 = 30\text{ (度)} \quad \dots \dots \text{イ}$$

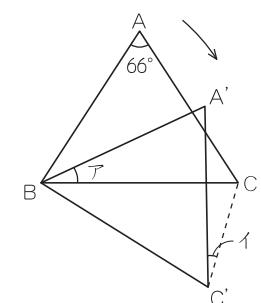


答 (1) 39度 (2) 30度

類題1

右の図の三角形ABCは、辺ABと辺ACの長さが等しい二等辺三角形です。三角形ABCを、頂点Bを中心にして矢印の方向に32度回転させたところ、三角形A'B'C'に移りました。

- (1) 角アの大きさは何度ですか。
- (2) 角イの大きさは何度ですか。

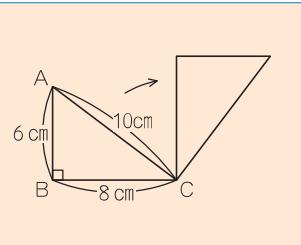


次に、頂点が動いたあとの線の長さや、辺が動いたあとの図形の面積について考えましょう。

例題2

右の図の直角三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に90度回転させました。円周率は3.14とします。

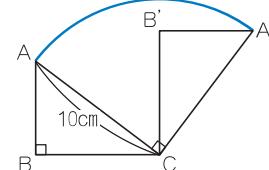
- (1) 頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 辺ACが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。
- (3) 辺ABが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。



解き方

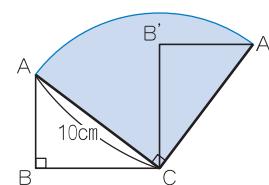
- (1) Aは、右の図の青い太線のように、Cを中心とする半径10cmの四分円の弧をえがきますから、

$$10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 5 \times 3.14 = 15.7(\text{cm})$$



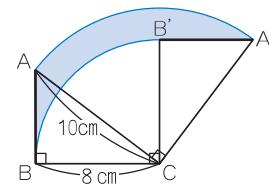
- (2) ACが動いたあとの図形は、右の図の色のついた部分です。半径10cmの四分円の面積を求めればよいですから、

$$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 25 \times 3.14 = 78.5(\text{cm}^2)$$



- (3) ABが動いたあとの図形は、右の図の色のついた部分です。つまり、

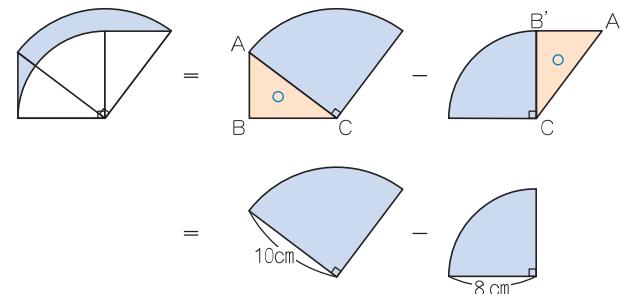
- ・Aが動いたあとの線
- ・Bが動いたあとの線
- ・直線AB
- ・直線A'B'



で囲まれた部分です。この図形は、

「半径10cmの四分円と三角形ABCを合わせた図形」から、「半径8cmの四分円と三角形A'B'Cを合わせた図形」を取りのぞいた図形になっています。

三角形ABCと三角形A'B'Cは合同で面積は等しいですから、下のように、結局、半径10cmの四分円と半径8cmの四分円の面積の差を求めればよいことになります。



したがって、求める面積は、

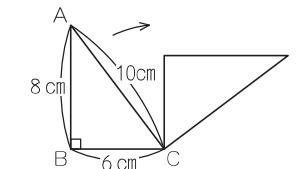
$$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} - 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 9 \times 3.14 = 28.26(\text{cm}^2)$$

答 (1) 15.7cm (2) 78.5cm² (3) 28.26cm²

類題2

右の図の直角三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に90度回転させました。円周率は3.14とします。

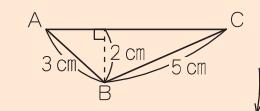
- (1) 頂点Bが動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 辺BCが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。
- (3) 辺ABが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。



例題3

右の図の三角形ABCを、頂点Bを中心にして矢印の方向に1回転させました。円周率は3.14とします。

- (1) 頂点Cが動いたあとの線の長さは何cmですか。
- (2) 辺ACが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。



解き方

(1) Cは、Bを中心とする半径5cmの円をえがきますから、

$$\begin{aligned}5 \times 2 \times 3.14 &= 10 \times 3.14 \\&= 31.4(\text{cm})\end{aligned}$$

(2) AC上で、回転の中心Bから最も遠い点と最も近い点を考えます。

右の図で、AC上でBから最も遠い点はC、最も近い点は

Dですから、ACは、

- ・Cが動いたあとの線 \rightarrow Bを中心とする半径5cmの円
- ・Dが動いたあとの線 \rightarrow Bを中心とする半径2cmの円

の間を動きます。

したがって、求める面積は、

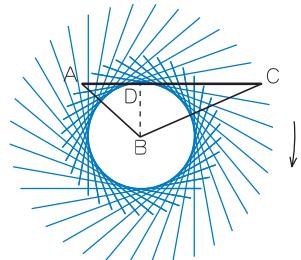
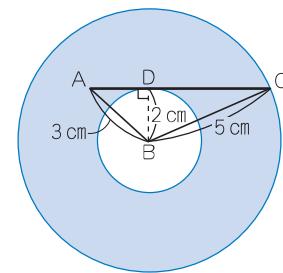
$$\begin{aligned}5 \times 5 \times 3.14 - 2 \times 2 \times 3.14 &= 21 \times 3.14 \\&= 65.94(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

Bから最も近い点は、Aではないことに注意！

右の図を見てみよう。

辺ACだけを少しづつ回転させたようすだよ。

Dが内側の円をえがいていることがわかるね。



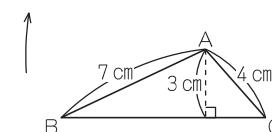
答 (1) 31.4cm (2) 65.94cm²

類題3

右の図の三角形ABCを、頂点Aを中心にして矢印の方向に1回転させました。円周率は3.14とします。

(1) 頂点Bが動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2) 辺BCが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。



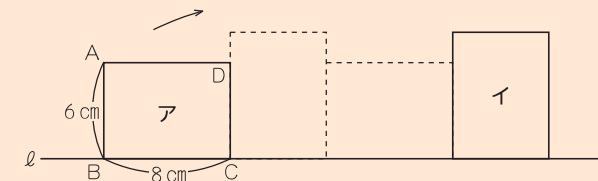
2 多角形の転がり移動

多角形が、線にそってすべらずに転がる場合について考えてみましょう。

多角形の転がりは、回転移動のくり返しになります。回転の中心と半径を明確にして、ポイントをおさえた作図をすることが大切です。

例題4

下の図の長方形ABCDを、直線lにそって、アの位置から矢印の方向にイの位置までべらないように転がしました。長方形ABCDの対角線の長さは10cmです。円周率は3.14とします。

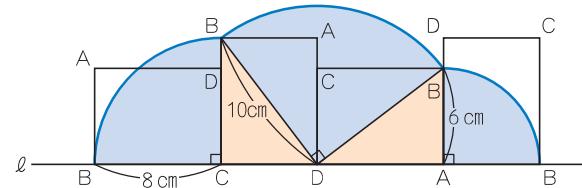


(1) 頂点Bが動いたあとの線を図にかき入れ、その長さ(cm)を求めなさい。

(2) 頂点Bが動いたあとの線と直線lで囲まれた図形の面積は何cm²ですか。

解き方

(1) 下の図のように、長方形は、回転の中心をC, D, Aの順にかえながら、90度ずつ回転していきます。



長方形が90度回転したら、対角線BDも90度回転するよ。



Bが動いたあとの線は、上の図の青い太線の部分です。

Bは、半径が8cm, 10cm, 6cmの四分円の弧を順にえがきますから、その長さの和は、

$$8 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$$

$$= 12 \times 3.14$$

$$= 37.68(\text{cm})$$



フリーハンドで弧をかくときも、中心の位置をしっかり意識して！

- (2) 色をつけた部分の面積を求めればよいですから、3つの四分円と、2つの直角三角形の面積の和を求めればよいことになります。

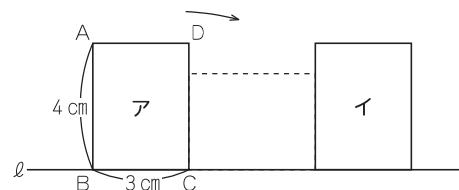
2つの直角三角形の面積の和は、もとの長方形ABCDの面積と等しいですから、

$$\begin{aligned} & 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 8 \\ & = 50 \times 3.14 + 48 \\ & = 205(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

答 (1) 図…解き方参照 長さ…37.68cm (2) 205cm²

類題4

下の図の長方形ABCDを、直線 ℓ にそって、アの位置から矢印の方向にイの位置まですべらないように転がしました。頂点Aが動いたあとの線を図にかき入れ、その長さ(cm)を求めなさい。長方形ABCDの対角線の長さは5cmです。円周率は3.14とします。



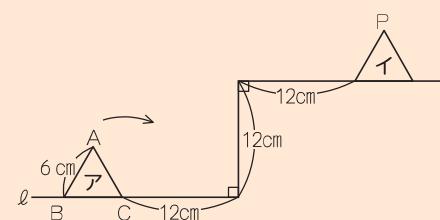
最後に、折れ線にそって図形が転がる応用問題にチャレンジしてみましょう。

例題5

右の図の正三角形ABCを、折れ線 ℓ にそって、アの位置から矢印の方向にイの位置まですべらないように転がしました。円周率は3.14とします。

- (1) 正三角形ABCがイの位置にきたとき、Pの位置にくるのは、A, B, Cのどの頂点ですか。

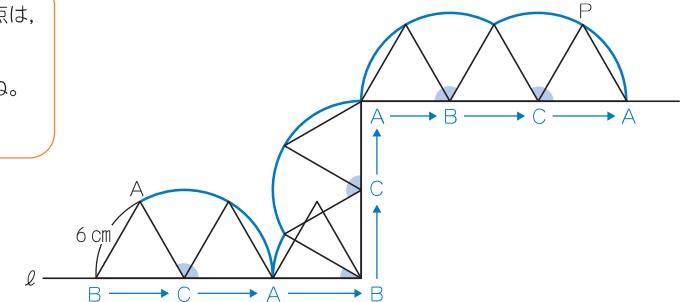
- (2) 頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。



解き方

- (1) 折れ線上にくる頂点を書き入れていくと、下の図のように、正三角形の反時計回りに、
B→C→A→B→C→…

の順になります。この図より、Pの位置にくるのは頂点Bとわかります。



- (2) Aが動いたあとの線は、上の図の青い太線の部分です。

おうぎ形の半径はすべて6cmで、中心角(色をつけた角)の和は、

$$\begin{aligned} & 120+30+120+120+120=120 \times 4 + 30 \\ & = 510(\text{度}) \end{aligned}$$

ですから、求める長さは、

$$\begin{aligned} & 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{510}{360} = 17 \times 3.14 \\ & = 53.38(\text{cm}) \end{aligned}$$

半径はどれも同じだから、
中心角の和を使って、一気に求められるよ。



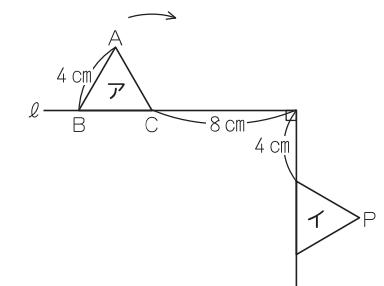
答 (1) 頂点B (2) 53.38cm

類題5

右の図の正三角形ABCを、折れ線 ℓ にそって、アの位置から矢印の方向にイの位置まですべらないように転がしました。円周率は3.14とします。

- (1) 正三角形ABCがイの位置にきたとき、Pの位置にくるのは、A, B, Cのどの頂点ですか。

- (2) 頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。



基本問題

*円周率は3.14とします。



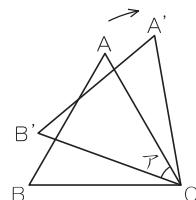
① 次の問い合わせに答えなさい。

(1) (図1)の正三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に20度回転させたところ、正三角形A'B'C'に移りました。角アの大きさは何度ですか。

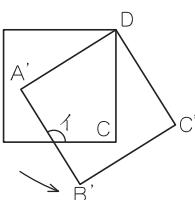
(2) (図2)の正方形ABCDを、頂点Dを中心にして矢印の方向に32度回転させたところ、正方形A'B'C'D'に移りました。角イの大きさは何度ですか。

(3) (図3)の長方形ABCDを、直線 ℓ にそって、Pの位置から矢印の方向にすべらずに転がしていくと、頂点Bがふたたび直線 ℓ 上にくるのは、長方形ABCDがQの位置にきたときです。図の□の長さは何cmですか。

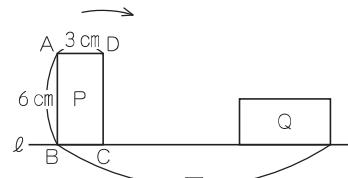
(図1)



(図2)

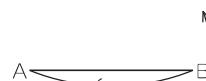


(図3)



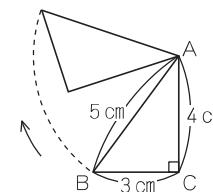
(4) (図4)の直線ABを、点Aを中心にして矢印の方向に30度回転させるとき、直線ABが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

(図4)



(5) (図5)の直角三角形ABCを、頂点Aを中心にして矢印の方向に72度回転させるとき、直角三角形ABCが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

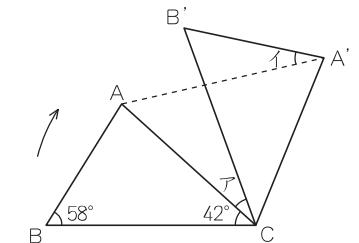
(図5)



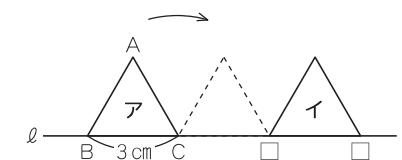
② 右の図の三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に70度回転させたところ、三角形A'B'C'に移りました。これについて、次の問い合わせに答えなさい。

(1) 角アの大きさは何度ですか。

(2) 角イの大きさは何度ですか。



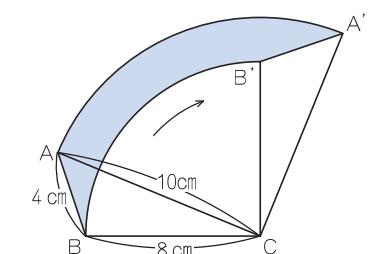
③ 右の図の正三角形ABCを、直線 ℓ にそって、アの位置から矢印の方向にイの位置まですべらないように転がしました。これについて、次の問い合わせに答えなさい。



(1) □の位置にくる頂点を書き入れなさい。

(2) 頂点Bが動いたあとの線を図に書き入れ、その長さ(cm)を求めなさい。

④ 右の図の三角形ABCを、頂点Cを中心にして矢印の方向に90度回転させたところ、三角形A'B'C'に移りました。これについて、次の問い合わせに答えなさい。



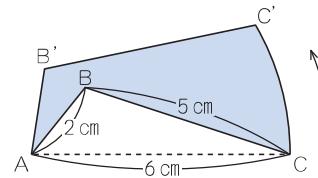
(1) 頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2) 色のついた部分は、辺ABが動いたあとの図形を表しています。色のついた部分の面積は何cm²ですか。



*円周率は3.14とします。

- ① 長さ2cmの直線ABと長さ5cmの直線BCが組み合わさった折れ線ABCがあり、点Aと点Cは6cmはなれています。この折れ線ABCを、右の図のように、点Aを中心にして矢印の方向に30度回転させたところ、折れ線AB'C'に移りました。これについて、次の問い合わせに答えなさい。



(1) 点Cが動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2) 色のついた部分は、折れ線ABCが動いたあとの図形を表しています。色のついた部分の面積は何cm²ですか。

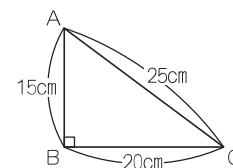
- ② 右の図の直角三角形ABCを時計回りに回転させます。これについて、次の問い合わせに答えなさい。

(1) 頂点Cを中心にして64度回転させる場合、辺ABが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

(2) 頂点Bを中心にして360度回転させる場合を考えます。

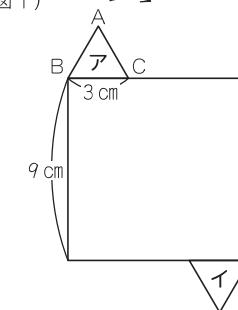
① 直角三角形ABCの底辺を辺ACとしたときの高さは何cmですか。

② 辺ACが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

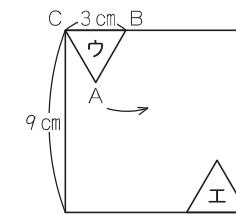


- ③ 1辺3cmの正三角形ABCを、1辺9cmの正方形の辺にそってすべらないように転がしていくます。これについて、次の問い合わせに答えなさい。

(図1)



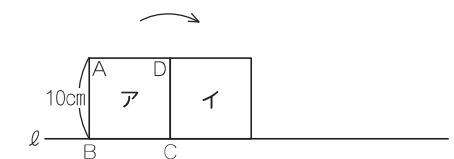
(図2)



(1) (図1)のように、正方形の外側にそって、正三角形ABCを、アの位置から矢印の方向にイの位置まで転がす場合、頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2) (図2)のように、正方形の内側にそって、正三角形ABCを、ウの位置から矢印の方向にエの位置まで転がす場合、頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。

- ④ 右の図の正方形ABCDを、直線lにそって、アの位置から矢印の方向にすべらないように転がしていくます。これについて、次の問い合わせに答えなさい。



(1) アの位置からイの位置まで転がしたとき、正方形ABCDが動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

(2) アの位置から転がしていく、頂点Bがふたたび直線l上にきたところで止めました。頂点Bが動いたあとの線と直線lで囲まれた図形の面積は何cm²ですか。