

解 答

- ① (1) 7 (2) 1 分 4 5 秒 (3) 個数… 2 4 個, 和… 1 3 4 4
 ② (1) 6 部屋 (2) 2 4 人
 ③ (1) 7 g (2) 6.3 g (3) 4 回
 ④ (1) 9 通り (2) 2 8 通り (3) 7 7 通り
 ⑤ (1) 個数… 3 2 個, 長さ… 6 3 cm (2) 2 5 5 cm (3) 1 9 cm 以上 1 0 2 3 cm 以下
 ⑥ (1) $\frac{1}{4}$ 倍 (2) 2 倍 (3) 8 6.7 2 cm³
 ⑦ (1) 4 : 3 (2) 1 9 : 7 0 (3) 8 3 : 2 8 0

解 説

- ① (1) $5 \div 7 = 0.714285714285\cdots$

小数点以下は{7, 1, 4, 2, 8, 5}の6個の数字がくり返されていますから,

$$2011 \div 6 = 335 \text{ あまり } 1$$

したがって, 小数 2011 位は7です。

- (2) それぞれの扉が開いている時間を表にすると, 以下ようになります。

扉①	0～90	330～420	660～750	990～1080	1320～1410	1650～1740	1980～2070	2310～2400	2640～2730	2970～3060	3300～3390
扉②	<u>0～45</u>	<u>465～510</u>	<u>930～975</u>	<u>1395～1440</u>	<u>1860～1905</u>	<u>2325～2370</u>	<u>2790～2835</u>	<u>3255～3300</u>			
両方が開いている時間帯	45秒間	0	0	15	0	45	0	0			

これより, 求める時間は,

$$45 \text{ 秒} + 15 \text{ 秒} + 45 \text{ 秒} = 1 \text{ 分 } 45 \text{ 秒}$$

- (3) $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

より, 約数の個数は,

$$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24 \text{ (個)}$$

また, 約数の和は,

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 10 + 12 + 14 + 15 + 20 + 21 + 28 + 30 + 35 + 42 + 60 + 70 + 84 + 105 + 140 + 210 + 420 = 1344$$

(別解) 素因数分解の式より,

$$(1+2+4) \times (1+3) \times (1+5) \times (1+7) = 1344$$

- ② (1) 一部屋に7人ずつ入れると, 最後の部屋には3人か2人か1人が入ることになりますから, すべての部屋に4人ずつ入れたときと, 7人ずつ入れたときの差は,

$$7 \times 2 + 7 - 3 = 18 \text{ (人)}$$

$$7 \times 2 + 7 - 2 = 19 \text{ (人)}$$

$$7 \times 2 + 7 - 1 = 20 \text{ (人)}$$

の3通り考えられます。また, この差は, $(7-4=)3$ の倍数になりますから, あてはまるのは18人です。したがって, 部屋数は,

$$18 \div (7-4) = 6 \text{ (部屋)}$$

- (2) $4 \times 6 = 24 \text{ (人)}$

- ③ (1) $100 \times 0.07 = 7 \text{ (g)}$

- (2) $(100-10=)90 \text{ g}$ の食塩が残りますから, 容器に入っている食塩の重さは,

$$90 \times 0.07 = 6.3 \text{ (g)}$$

水を加えても食塩の重さは変わりませんから, 最初に容器に入っていた食塩の重さは6.3 gです。

- (3) 1回の操作で, $(90 \div 100=)0.9$ 倍の食塩が残りますから, 食塩水の濃さは0.9倍になります。したがって,

$$7 \times 0.9 \times 0.9 = 5.67 \text{ (％)} \quad \cdots \cdots 2 \text{ 回目の操作の後の濃さ}$$

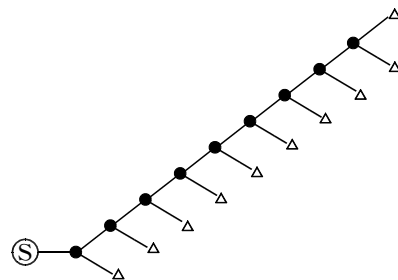
$$7 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 5.103 \text{ (％)} \quad \cdots \cdots 3 \text{ 回目の操作の後の濃さ}$$

$$7 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 4.5927 \text{ (％)} \quad \cdots \cdots 4 \text{ 回目の操作の後の濃さ}$$

より, はじめて5％の以下になるのは4回の操作を行ったときです。

- ④ (1) 9歩で10段上がるためには、1回だけ2段上がります。2段上がる順番は9通りありますから、記録される数字も9通りです。
- (2) 8歩で10段上がるためには、2回は2段上がります。2段上がる順番は、
 $(8 \times 7) \div 2 = 28$ (通り)
 あります。したがって、記録される数字も28通りです。
- (3) 7歩で10段上がるためには、2段または3段上がるときがあります。次のように場合分けをして考えます。
- ① 7歩中、2段上がりが1回、3段上がりが1回するとき
 $7 \times 6 = 42$ (通り)
- ② 7歩中、2段上がりが3回するとき
 $7 \times 6 \times 5 \div 6 = 35$ (通り)
- したがって、全部で、
 $42 + 35 = 77$ (通り)

- ⑤ (1) ・印のときは2つに分かれますから、△印の数は2倍になります。したがって、△印の個数は、
 $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ (個)
 また、線の長さも2倍ずつのびますから、線の長さの合計は、
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$ (cm)
- (2) $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 より、⑤地点からの距離は8cmですから、線の長さの合計は、
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255$ (cm)
- (3) 最も短い場合は、右の図のようになりますから、
 $10 + 9 = 19$ (cm)
 また、最も長い場合は、
 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023$ (cm)
 したがって、線の長さの合計は、19cm以上1023cm以下です。



- ⑥ (1) (図1)より、正方形IJKLの面積は、正方形ABCDの面積の、

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ (倍)}$$

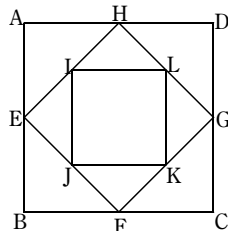
- (2) (図2)で、2つの円の外側に接する正方形の面積の比は2:1です。また、それぞれの正方形に対する円の面積の割合は等しいですから、4点E, F, G, Hを通る円の面積は、4点I, J, K, Lを通る円の面積の2倍です。

- (3) (図3)のようになりますから、

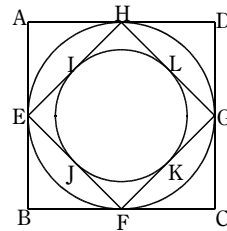
$$\begin{aligned} & 8 \times 8 \times 3.14 - 16 \times 16 \div 2 \\ &= 64 \times 3.14 - 128 \text{ (cm}^2\text{)} \cdots \cdots \text{外側の斜線部分} \\ & 8 \times 8 - 4 \times 4 \times 3.14 \\ &= 64 - 16 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \cdots \cdots \text{内側の斜線部分} \end{aligned}$$

したがって、求める面積は、

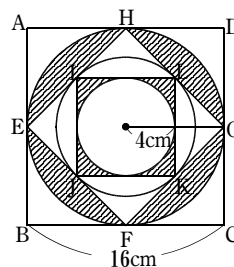
$$(64 - 16) \times 3.14 - 128 + 64 = 86.72 \text{ (cm}^2\text{)}$$



(図2)



(図3)



- ⑦ (1) 正四面体の1辺の長さを20とすると、(図1)のようになります。また、(図2)のように、点Rを通り面OABに平行な平面でこの立体を切断すると、切断面は正三角形RTUとなります。次に、(図3)のように3点PQRを通る平面と直線TUが交わる点をVとすると、三角形PAQと三角形RTVは相似になりますから、

$$PA : AQ = RT : TV = 5 : 4$$

$$10 \div 5 \times 4 = 8 \quad \dots\dots TV$$

$$10 - 8 = 2 \quad \dots\dots UV$$

また、三角形SUVと三角形SBQも相似ですから、

$$UV : QB = 2 : 16 = 1 : 8 \quad \dots\dots \text{相似比}$$

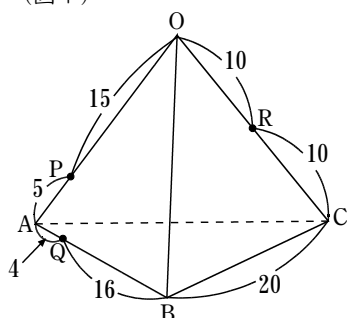
BU = 10より、

$$10 \times \frac{1}{8-1} = \frac{10}{7} \quad \dots\dots SU$$

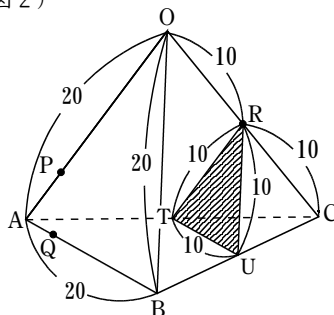
したがって、

$$BS : SC = (10 + \frac{10}{7}) : (10 - \frac{10}{7}) = 4 : 3$$

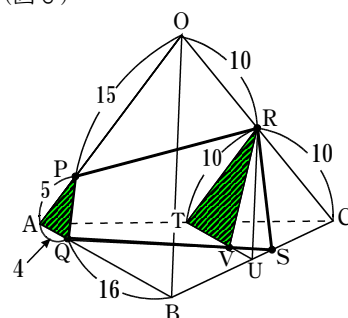
(図1)



(図2)



(図3)



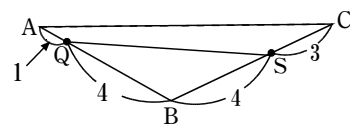
- (2) (図4)より、四角形AQSCの面積は三角形ABCの面積の、

$$1 - \frac{4 \times 4}{5 \times 7} = \frac{19}{35}$$

点Rの高さは、点Oの高さの $\frac{1}{2}$ ですから、求める体積の比は、

$$(\frac{19}{35} \times \frac{1}{2}) : 1 = 19 : 70$$

(図4)



- (3) (図5)より、三角形APQの面積は、三角形OABの面積の $\frac{1}{20}$ です。

また、三角形APQを底面とすると、点Rの高さは、点Cの高さの $\frac{1}{2}$ で

すから、三角すいRAPQの体積は三角すいCOABの体積の $\frac{1}{40}$ です。

したがって、求める体積の比は、

$$(\frac{1}{40} + \frac{19}{70}) : 1 = 83 : 280$$

(図5)

