

解 答

- | | | |
|-------------|-------------------------|--------------------------|
| ① (1) 140個 | (2) 2600円 | (3) Cさん…力, Hさん…ア |
| ② (1) 159度 | (2) 38:55 | (3) 440.8cm ³ |
| ③ (1) 4通り | (2) 20通り | (3) 52cm ² |
| ④ (1) 117cm | (2) 4158cm ² | (3) 1216cm |
| ⑤ (1) 30秒後 | (2) 6回 | (3) 36秒後 |

解 説

① (1) 位別に分けて数える。一の位に「1」が出現するのは、10個に1個に割合。よって、 $200 \div 10 \times 1 = 20$ 個。十の位に「1」が出現するのは、10~19の10回と110~119の10回より、合わせて20個。百の位に「1」が出現するのは、100~199の100回より100個。したがって、

$$20+20+100=140\text{個}。$$

(2) 同じ金額だけ減っているので、2人の金額の差は変わらない。初めの所持金の比の差は3で、買った後の所持金の比の差は4より、これを3と4の最小公倍数の12にそろえる。そうすると、初めの所持金の比は $13 \times 4 : 10 \times 4 = 52 : 40$ で、買った後の所持金の比は、 $17 \times 3 : 13 \times 3 = 51 : 39$ となる。兄の所持金の比は、 $52 - 51 = 1$ 減っているがこれが50円に相当するので、これより、兄の初めの所持金は、 $50 \times 52 = 2600$ 円。

(3) はじめに、Fの言った事より、Fの家がコと決まる。次にEの言った事より、Eの家はエかクのいずれかになるが、Bの言った事（Bの家の前に公園がある）より、Eの家はエ、同時にBの家がオ、Iの家がイと決まる。次にCの言った事より、Cの家はカ、Gの言った事より、Gの家はキと決まる。これに続けてAの言った事より、Aの家がク、Jの家がケと決まる。さらにDの言った事より、Dの家はウと決まる。したがって、アは残ったHの家と決まる。

- ② (1) 右図のイの角度は $180 - 105 = 75$ 度。正五角形の1つの内角の角度は108度であり、四角形の内角の和は360度なので、ウの角度は、 $360 - (75 + 108 \times 2) = 69$ 度。正三角形の1つの内角の角度は60度より、エの角度は、 $180 - (60 + 69) = 51$ 度。外角の定理より、アの角度は、 $108 + 51 = 159$ 度。

(2) 右図のように長方形ABCDのたての長さを10、横の長さを12とおく。アの面積は、台形ABF+Iから三角形AEIと三角形EBFを引いて求めると、

$$(3+4) \times 10 \div 2 - 3 \times 8 \div 2 - 4 \times 2 \div 2 = 19$$

イの面積は、台形HFCDから三角形DHGと三角形GFCを引いて求めると、

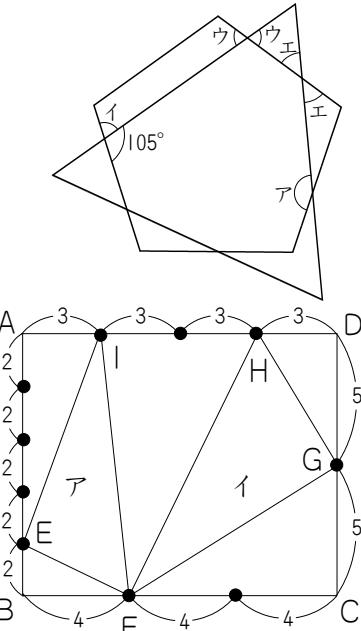
$$(3+8) \times 10 \div 2 - 3 \times 5 \div 2 - 8 \times 5 \div 2 = 27.5$$

したがって、アとイの面積の比は、 $19 : 27.5 = 38 : 55$ 。

(3) 1辺の長さが4cmの立方体の6つの面すべてに底面の半径が2cmの円柱をくっつけた立体を考えればよい。（立方体の前・左・下の面には高さ6cmのものがくっついており、後ろ・右・上の面には高さ4cmのものがくっついている。）よって、立方体の体積は、 $4 \times 4 \times 4 = 64\text{cm}^3$ 。円柱6個の体積の合計は、

$$2 \times 2 \times 3.14 \times (4+6) \times 3 = 376.8\text{cm}^3$$

したがって、この立体の体積は、 $64 + 376.8 = 440.8\text{cm}^3$ 。

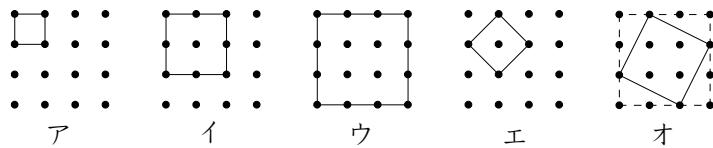


- ③ (1) 4点を選んでできる正方形の形は下の図のア～オの5種類ある。1辺の長さが2cmのものは、次ページの図のイの形であり、この形は、たてに2つずつ、横に2つずつ作れるので、全部で、 $2 \times 2 = 4$ 通り。

(2) 次ページの図で、アの形はたてに3つずつ、横に3つずつ作れるので、全部で、 $3 \times 3 = 9$ 通り。イの形は(1)より、4通り。ウは1通りしかない。エの形は、たてに2つずつ、横に2つずつ作れるので、 $2 \times 2 = 4$ 通り。オの形は、全部で2つ作れる（下の図を裏返したもののが1つ作れる）。よって、

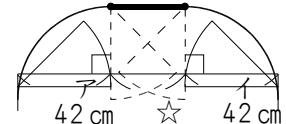
$$9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20\text{通り}。$$

(3) アは1つにつき $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$, イは1つにつき $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$, ウは1つにつき $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$, エは1つにつき $2 \times 2 \div 2 = 2 \text{ cm}^2$, オは1つにつき $3 \times 3 - 1 \times 2 \div 2 \times 2 = 5 \text{ cm}^2$ 。それぞれ作れる個数は(2)でわかっているので、20通りの正方形の面積の合計は、 $1 \times 9 + 4 \times 4 + 9 \times 1 + 2 \times 4 + 5 \times 2 = 52 \text{ cm}^2$



- 4 (1) 右図は、おうぎ形が正方形の1辺を転がったときの様子をかいたものであり、正方形の1辺の長さは $42\text{cm} \times 2 + \star$ である。 \star の長さは、転がっているおうぎ形の弧の長さと同じだから、

$$42 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{45}{360} = 33\text{cm}。したがって、42 \times 2 + 33 = 117\text{cm}。$$



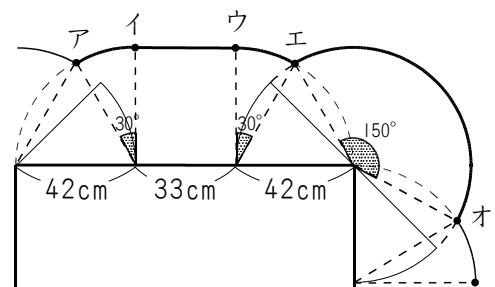
(2) 右上図より、おうぎ形がアの位置からイの位置まで移動したときの通過部分は、半径42cmで中心角90度のおうぎ形が2つと、たての長さが42cmで横の長さが \star ((2)より33cm) の長方形でできた図形の面積を求めればよい。

$$よって、42 \times 42 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times 2 + 42 \times 33 = 4158\text{cm}^2。$$

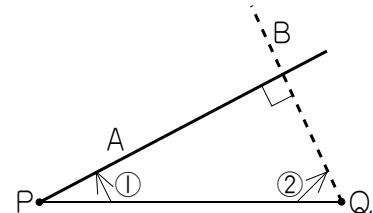
(3) 外周の長さは右の図のア～オと同じ線が4回繰り返される。アイは半径42cmで中心角が30度のおうぎ形の弧であり、イウは33cmの直線、ウエはアイと同じ、エオは半径42cmで中心角が150度のおうぎ形の弧となっている。よって、

$$33 \times 4 + 42 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{30 \times 8 + 150 \times 4}{360} = 748\text{cm}$$

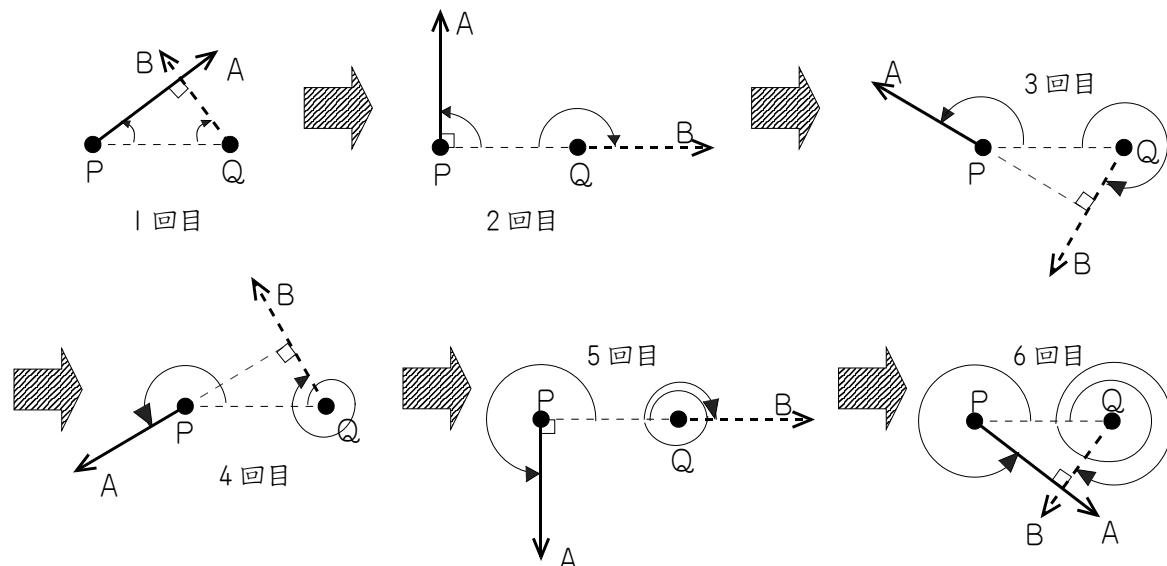
が外周の長さ。また、内周の長さは、正方形の4辺の長さの和に等しいので、 $117 \times 4 = 468\text{cm}$ 。したがって、 $748 + 468 = 1216\text{cm}$ 。



- 5 (1) 2つの針の角度が初めて90度になるとき、右図より、Pの作る角とQの作る角の和も90度になる。また、PとQの回転角の比は1:2より、比の1と2を合わせた3が90度になる。したがって、比の1は、 $90 \div (2+1) \times 1 = 30度。これは、Pが作る角度より、かかった時間は、 $30\text{度} \div \text{毎秒 } 1\text{ 度} = 30\text{秒後}。$$



- (2) 2つの針が重なるときを考えると、下の図の6回になる。



(3) 初めて離れるときは右の図の通り。角 APQ の角度と角 AQP の角度の比は、 $1 : 2$ になる。また、 AP と PQ の長さは等しいので、三角形 APQ は二等辺三角形。よって、角 PAQ の角度は角 AQP と等しい。このことより、角 APQ の角度は、

$$180\text{度} \div (1 + 2 + 2) \times 1 = 36\text{度}。$$

針 A の回転速度は毎秒 1 度より、 $36 \div 1 = 36$ 秒後。

