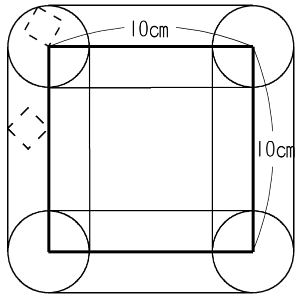
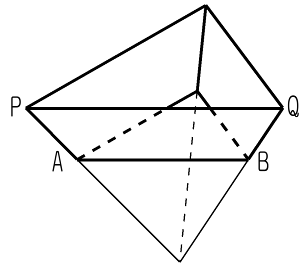
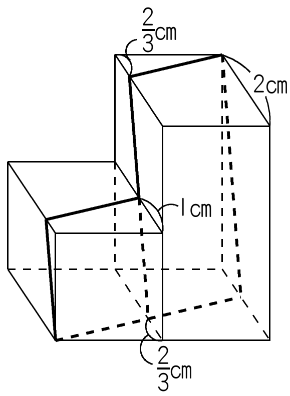
⑪　正方形Ｂの対角線の長さをｂとすると，
ｂ×ｂ÷２＝２ →　ｂ＝２（㎝）
半径２㎝の円Ｃの中心が正方形Ａの周上を動くときの，円Ｃの通過部分の面積を求めることと同じです。正方形Ａの外側の部分は，
２×２×３．１４＋２×（１０×４）＝９２.５６（㎠）
正方形Ａの内側の部分は，
１０×１０－６×６＝６４（㎠）
したがって，
９２.５６＋６４＝１５６.５６（㎠）



⑫　容器を組み立てると，右図のような角すい台になります。
ＰＱ＝４㎝，ＡＢ＝３㎝ですから，
（４×４×４－３×３×３）÷（１×１×１）＝３７（倍）



⑬　$1\times1\times1\div2+1\times2\times\left(\frac{2}{3}+2\right)\div2=3\frac{1}{6}$（㎤）



第２日

解答

１ ⑴ **2倍**　⑵ **１.５倍**　⑶ **８００g**
２ ⑴ **解説参照**　⑵ **解説参照**　⑶ **１４４㎠**
３ ⑴ （ア）**２８９**（イ）**２８９**　⑵ **２８９１４**　⑶ **１６種類**　⑷ **１９９４種類**
４ ⑴ **２０㎤**　⑵ **１.５７倍**　⑶ **７.８５㎤**
５ ⑴ **分速６０m**　⑵ **５秒おき，１１回**　⑶ **３０秒より長く３７.５秒より短い**

解説

１ ⑴ （Ａ＋Ｂ）とＣについて，
食塩の重さの比が２：１，濃さの比が１：１
ですから，食塩水の重さの比は，
（２÷１）:（１÷１）＝２：１　→２倍

⑵ Ａと（Ｂ＋Ｃ）について，
食塩の重さの比が１：２，濃さの比が１：２
ですから，食塩水の重さの比は，
（１÷１）:（２÷２）＝１：１
→⑴と合わせて，食塩水の重さの比は，
Ａ：Ｂ：Ｃ＝３：１：２　→ＡはＣの１.５倍

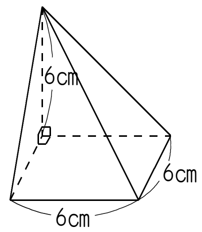
⑶ （Ａ＋Ｃ）とＢについて，食塩の重さの比は２：１ですから，食塩水全体の重さの比を２：１にすれば濃さが等しくなります。はじめの食塩水の重さを，Ａ＝３，Ｂ＝１，Ｃ＝２とすると，
（３＋２）÷２＝２.５　……水を加えた後のＢの食塩水全体
６００÷（２.５－１）＝４００（g）　……比の１あたりの重さ
４００×２＝８００（g）

2 (1) （図1）のようになります。

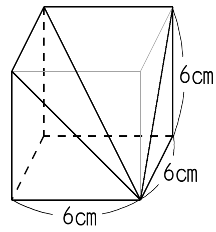
(2) （図2）のようになります。立方体から(1)を取り除いた立体です。

(3) $6 \times 6 \times 6 \times \left(1-\frac{1}{3}\right)=144$（㎤）

（図1）



（図2）



3 (1)（ア）$20 \div 7 = 2$ あまり6，$2010 \div 7 = 287$ あまり1　より，

$\left[\frac{20}{7}\right]+\left[\frac{2010}{7}\right]=2+287=289$

（イ）$30 \div 7 = 4$ あまり2，$2000 \div 7 = 285$ あまり5　より，

$\left[\frac{30}{7}\right]+\left[\frac{2000}{7}\right]=4+285=289$

(2) $(2010-20) \div 10 + 1 = 200$（個）

1番目と200番目，2番目と199番目，3番目と198番目，……と組み合わせます。

$\left[\frac{40}{7}\right]+\left[\frac{1990}{7}\right]=5+284=289$

$\left[\frac{50}{7}\right]+\left[\frac{1980}{7}\right]=7+282=289$

$\left[\frac{60}{7}\right]+\left[\frac{1970}{7}\right]=8+281=289$

$\left[\frac{70}{7}\right]+\left[\frac{1960}{7}\right]=10+280=\underline{290}$

7で割ったときの余りについて整理すると，以下のように7組ごとに周期的に繰り返します。

20……6，2010……1
30……2，2000……5
40……5，1990……2
50……1，1980……6
60……4，1970……3
70……0，1960……0
80……3，1950……4
90……6，1940……1

それぞれの組の和は，ともに余りが0となる場合が290で，それ以外は289ですから，

$200 \div 2 = 100$（組）

$100 \div 7 = 14$ あまり2　→余りが（0，0）の組は14組

$289 \times 100 + (290-289) \times 14 = 28914$

(3) 次のように，Nの値が小さいとき（N＝1～4など）は異なるNに対して $\left[\frac{N \times N}{20}\right]$ は同じ値をとることがあるが，分子の差が20（以上）になると，

$\left[\frac{a+20}{20}\right]=\left[\frac{a}{20}+1\right]=\left[\frac{a}{20}\right]+1$

からわかるように，

$\left[\frac{a}{20}\right]$ と $\left[\frac{a+20}{20}\right]$

は必ず異なる値をとります。

$\left[\frac{1 \times 1}{20}\right]=\left[\frac{2 \times 2}{20}\right]=\left[\frac{3 \times 3}{20}\right]=\left[\frac{4 \times 4}{20}\right]=0$

$\left[\frac{5 \times 5}{20}\right]=\left[\frac{6 \times 6}{20}\right]=1$

$\left[\frac{7 \times 7}{20}\right]=2$，$\left[\frac{8 \times 8}{20}\right]=3$，$\left[\frac{9 \times 9}{20}\right]=4$，$\left[\frac{10 \times 10}{20}\right]=5$，

これ以降は，分子の差が $11 \times 11 - 10 \times 10 = 21$，$12 \times 12 - 11 \times 11 = 23$，…のように，

20より大きくなるので，異なるNに対して $\left[\frac{N \times N}{20}\right]$（N＝11，12，……20）の値はすべて異なります。

したがって，

$20-\{(4-1)+(2-1)\}=16$（種類）

⑷　⑶で考えたように，分子の差が６８以上になると，異なるＮに対して $\left[\dfrac{N\times N}{68}\right]$ は同じ値をとることはない。

　２×２－１×１＝３，３×３－２×２＝５，４×４－３×３＝７，……

より，分子の差が，初めて６８以上になるのは，

　３５×３５－３４×３４＝６９

のとき。つまり，Ｎ＝１～３４に対して，

　$\left[\dfrac{N\times N}{68}\right]$ のとる値は，　$\left[\dfrac{1\times 1}{68}\right]=0$　から $\left[\dfrac{34\times 34}{68}\right]=17$ までの１８通り。

それ以降は，すべて異なる値をとります。したがって，

　２０１０－（３４－１８）＝１９９４（種類）

④　⑴　正四面体Ａ－ＢＣＤと正四面体Ｉ－ＦＧＤは相似で，体積の比は，

　（２×２×２）：（１×１×１）＝８：１

です。したがって，正四面体Ａ－ＢＣＤと立体Ｐの体積の比は，

　８：（８－１×４）＝２：１

　４０÷２＝２０（㎤）

⑵　立体Ｐが，２点Ｉ，Ｊを通る直線のまわりに１回転してできる立体をＱとすると，ＰとＱの高さはともに直線ＩＪで等しいから，その体積の比は底面積の比（正方形ＥＦＧＨとその外接円の面積の比）と同じです。正方形ＥＦＧＨの対角線の長さを２とすると，その外接円の半径は１。

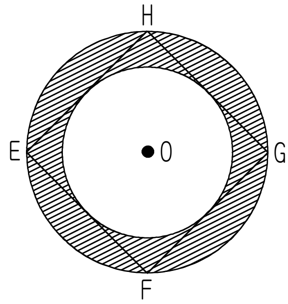
　（２×２÷２）：（１×１×３.１４）＝１００：１５７　→　１５７÷１００＝１.５７（倍）

⑶　三角形ＥＦＩが，２点Ｉ，Ｊを通る直線のまわりに１回転してできる立体をＲとすると，ＱとＲの高さの比は２：１です。また，ＱとＲの底面積の比（正方形ＥＦＧＨの外接円と斜線部の面積の比）は，正方形ＥＦＧＨの１辺の長さを２として，

　（２×２×１.５７）：（２×２×１.５７－１×１×３.１４）＝２：１

よって，Ｒの体積は，

　$20\times\dfrac{1}{2}\times1.57\times\dfrac{2-1}{2}=7.85$（㎤）



⑤　⑴　７.５×２×（１０－１）＝１３５（ｍ）……ＰＱ間の道のり

　$135\div2\dfrac{1}{4}=60$（ｍ／分）

⑵　Ａの速さと，休んだ後のＢの速さの比は，

　（５－１）：（７－５）＝２：１

ここで，円柱を真上から見ると，Ａ，Ｂは一定の速さで，円周上を反対回りに動きます。Ｂの真下にＡがいるとき，円周上で重なって見えます。それぞれの角速度は，

　３６０×２×（１０－１）÷１３５＝４８（度／秒）……Ａ

　４８÷２＝２４（度／秒）　……休んだ後のＢ

したがって，

　３６０÷（４８＋２４）＝５（秒）ごと

また，Ｂは地点Ｒから地点Ｓまで，

　３６０×２×（７－５）÷２４＝６０（秒）

かかりますから，その回数は，

　６０÷５－１＝１１（回）

⑶　Ｂが１階（地点Ｐ）から５階（地点Ｒ）まで，２×（５－１）＝８周する間で，ＡとＢの周回数の合計は１３周より多く，１４周より少ない。Ａ，Ｂの速さの比を考えて，

　Ａ＋Ｂ：Ｂ＝１３：８　→Ａ：Ｂ＝５：８

このときＢの角速度は，$48\times\dfrac{8}{5}=76.8$（度／秒）より遅く，

　Ａ＋Ｂ：Ｂ＝１４：８　→Ａ：Ｂ＝３：４

このときＢの角速度は，$48\times\dfrac{4}{3}=64$（度／秒）より速い。

よって，Ｂが地点Ｐから地点Ｒまで，かかる時間は

　３６０×２×（５－１）÷７６.８＝３７.５（秒）より長く，

　３６０×２×（５－１）÷６４＝４５（秒）より短い。

Ａが地点Ｑから地点Ｒまでかかる時間は，

　$135\times\dfrac{10-5}{9}=75$（秒）

ですから，Ｂが地点Ｒでとった休みの時間は，（７５－４５＝）３０秒より長く，（７５－３７.５＝）３７.５秒より短い。