

解答

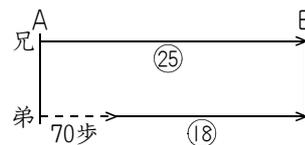
- ① (ア) $\frac{3}{7}$ (イ) 744
 ② (1) 9067 (2) 324 (3) (ア) 26 (イ) 9 (4) 25.625cm²
 (5) 170分 (6) 348人 (7) 150歩 (8) 121通り
 ③ (1) 63cm³ (2) 40.5cm³
 ④ (1) 36m² (2) 8m²
 ⑤ (1) 24個 (2) 1024 (3) 60
 ⑥ (1) 7通り (2) 19通り (3) 217通り

解説

- ② (1) $5 \div 7 = 0.714285714285\cdots$
 $7 + 1 + 4 + 2 + 8 + 5 = 27 \cdots \cdots 1$ 周期の和
 $2015 \div 6 = 335$ あまり 5
 $27 \times 336 - 5 = 9067$
- (2) (3と4の最小公倍数の)12までで、3でも4でも割り切れない整数は、
 1, 2, 5, 7, 10, 11
 ですから、その和は、
 $1 + 2 + 5 + 7 + 10 + 11 = 36$
 13から24までの整数のうち、3でも4でも割り切れない整数の和は、
 $36 + 12 \times 6 = 108$
 25から36までの整数のうち、3でも4でも割り切れない整数の和は、
 $108 + 12 \times 6 = 180$
 したがって、求める整数の和は、
 $36 + 108 + 180 = 324$
- (3) 国語と算数の両方が好きな生徒は、最も少ない場合が、
 $19 + 28 - 45 = 2$ (人)
 最も多い場合が19人です。したがって、算数は好きだが国語は好きではない生徒は、
 $28 - 19 = 9$ (人) $\cdots \cdots$ 最少
 $28 - 2 = 26$ (人) $\cdots \cdots$ 最多
- (4) 半径が5cmの四分円の面積と三角形OABの面積の和になります。
 $5 \times 5 \times 3.14 \div 4 + 4 \times 3 \div 2 = 25.625$ (cm²)
- (5) A社の90分の利用料金は、
 $2000 + 60 \times (90 - 60) = 3800$ (円)
 ですから、B社の方がA社よりも2000円安くなるのは、90分以降の追加料金がA社の方がB社よりも、
 $(5000 - 3800) + 2000 = 3200$ (円)
 高くなるときです。したがって、
 $3200 \div (60 - 20) = 80$ (分) $\cdots \cdots$ 90分以降
 $90 + 80 = 170$ (分)
- (6) 部活動に加入している生徒は、
 $280 \times \frac{5}{5+3} = 175$ (人) $\cdots \cdots$ 男子
 $280 - 175 = 105$ (人) $\cdots \cdots$ 女子
 右の表より、
 $(175人 + \textcircled{7}) : (105人 + \textcircled{10}) = 7 : 5$
 内項の積 = 外項の積より、
 $105 \times 7 + \textcircled{70} = 175 \times 5 + \textcircled{35}$
 $(875 - 735) \div (70 - 35) = 4$ (人) $\cdots \cdots$ ①
 $280 + 4 \times (7 + 10) = 348$ (人) $\cdots \cdots$ 生徒数

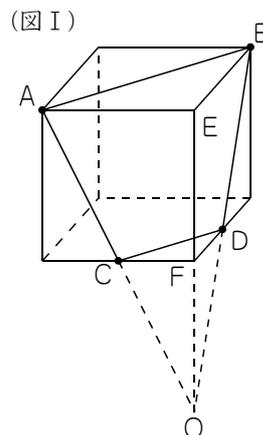
	加入○	加入×	計
男子	175人	⑦	⑦
女子	105人	⑩	⑤
計	280人		

- (7) $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5 : 3$ ……兄と弟の歩幅の比
 $(5 \times 5) : (3 \times 6) = 25 : 18$ ……兄と弟の速さの比
したがって、兄が弟に追いつくまでの歩数は、
 $70 \times \frac{18}{25-18} = 180$ (歩) ……弟
 $180 \times \frac{5}{6} = 150$ (歩) ……兄

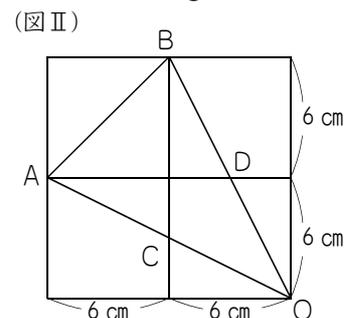


- (8) 100円硬貨が10枚のとき、支払う方法は1通りです。100円硬貨を1枚減らしたとき、50円硬貨と10円硬貨であわせて100円支払いますから、
(50円硬貨, 10円硬貨) = (2枚, 0枚), (1枚, 5枚), (0枚, 10枚)
の3通りあります。同様に考えると、100円硬貨を1枚減らすごとに、支払う方法は、
 $100 \div 50 = 2$ (通り)
ずつ増えていくことがわかります。100円硬貨が0枚のとき、支払う方法は、
 $1 + 2 \times 10 = 21$ (通り)
ですから、全部で、
 $1 + 3 + 5 + \dots + 21 = 11 \times 11 = 121$ (通り)

- ③ (1) 切り口は図Iの四角形ACDBで、体積が小さい方の立体は、三角すい台CFD-AEBです。三角すいO-AEBと三角すいO-CFDの相似比は2:1ですから、体積の比は、
 $(2 \times 2 \times 2) : (1 \times 1 \times 1) = 8 : 1$
CF, FDの長さは3cm, OFの長さは6cmですから、
 $3 \times 3 \div 2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 9$ (cm³) ……三角すいO-CFD
 $9 \times \frac{8-1}{1} = 63$ (cm³) ……三角すい台CFD-AEB

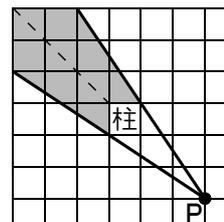


- (2) 図Iの三角形AOBは図IIのように表すことができます。図IIで考えると、三角形AOBの面積は、
 $12 \times 12 - (6 \times 12 \div 2 \times 2 + 6 \times 6 \div 2) = 54$ (cm²)
となり、図Iの三角形AOBと三角形CODの面積の比は、
 $(2 \times 2) : (1 \times 1) = 4 : 1$
です。したがって、切り口(四角形ACDB)の面積は、
 $54 \times \frac{4-1}{4} = 40.5$ (cm²)



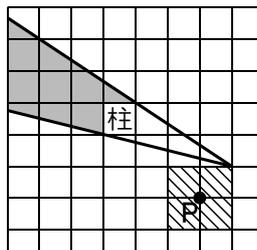
- ④ (1) 4つの柱の後ろのどこにかくれても、見つからない場所の範囲は同じですから、左上の柱の場合を考えて、4倍します。見つからない場所は(図1)のかげの部分ですから、台形2つ分の面積になります。
 $(1+2) \times 3 \div 2 \times 2 = 9$ (m²)
 $9 \times 4 = 36$ (m²)

(図1)

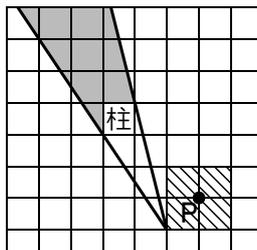


- (2) (1)と同じように、左上の柱の場合を考えて、4倍します。A君が右上のかどにいる場合、見つからない場所は(図2)のかげの部分です。また、A君が左下のかどにいる場合、見つからない場所は(図3)のかげの部分です。これを合わせると、見つからない場所は(図4)のかげの部分ですから、三角形2つ分の面積になります。
 $1 \times 2 \div 2 \times 2 = 2$ (m²)
 $2 \times 4 = 8$ (m²)

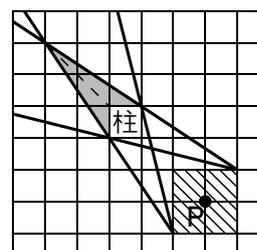
(図2)



(図3)



(図4)



⑤ (1) $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$ (個)

(2) 約数の個数が11個の整数は、素因数分解したとき、同じ素因数を10個かけた形になります。したがって、最小の整数は、

$$2 \times 2 = 1024$$

(3) 約数が12個の整数は、

㊦ 同じ素因数を11個かけた形 → 最小の数は2を11個かけた数で2048

㊧ $12 = 2 \times 6 \rightarrow \square \times \triangle \times \triangle \times \triangle \times \triangle \times \triangle$ (\square と \triangle は互いに素)

\rightarrow 最小の整数は、 $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$

$= 3 \times 4 \rightarrow \square \times \square \times \triangle \times \triangle \times \triangle$ (\square と \triangle は互いに素)

\rightarrow 最小の整数は、 $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$

㊨ $12 = 2 \times 2 \times 3 \rightarrow \square \times \triangle \times \circ \times \circ$ (\square と \triangle と \circ は互いに素)

\rightarrow 最小の整数は、 $5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$

したがって、最小の整数は60です。

⑥ (1) 2枚目のカードが赤のとき、1枚目のカードは何色でもよいので4通りあります。

2枚目のカードが青、黄、緑のとき、1枚目のカードは赤だけなので、あわせて $(1 \times 3 =)$ 3通りあります。したがって、全部で $(4 + 3 =)$ 7通りあります。

(2) 3枚目のカードが赤のとき、2枚目のカードは何色でもよいので(1)の7通りあります。

3回目のカードが青、黄、緑のとき、2枚目のカードは赤になります。このとき、1枚目のカードは(1)より4通りありますから、

$$4 \times 3 = 12 \text{ (通り)}$$

したがって、全部で $(7 + 12 =)$ 19通りあります。

(3) (2)と同様に考えると、4枚のカードをぬるとき、4枚目のカードが赤のとき、3枚のカードをぬるときと同じ数になるので19通りあります。

4枚目のカードが青、黄、緑のとき、3枚のカードをぬるときの3枚目を赤でぬるときの数の3倍になりますから、 $(7 \times 3 =)$ 21通りあります。

したがって、4枚のカードのぬり方は全部で $(19 + 21 =)$ 40通りあります。

5枚目以降も同様に考えると、右の表のようになりますから、5枚の場合は97通り、6枚の場合は217通りになります。

	1枚	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚
右端が赤	1×3	4×3	7×3	19×3	40×3	97
右端が青、黄、緑	3	3	12	21	57	120
計	4	7	19	40	97	217

(左から順に並べると考えます)