

算 数

- I ア…0.022, イ…54, ウ… $10\frac{14}{85}$, エ…168, オ…141, カ…158, キ…101, ク…13.4, ケ…31.0
- II (1) 156本 (2) 6時間 $26\frac{5}{7}$ 分
 (3) 花子さん…2時間 $1\frac{10}{21}$ 分, 桜さん…2時間 $47\frac{3}{7}$ 分 (4) 3時間 $\frac{2}{7}$ 分
- III (1) 15通り, 解説参照 (2) ① 0点, 1点 ② 3816通り
- IV (1) 978.02cm^3 (2) 3秒後… 942.58cm^3 , 5秒後… 907.44cm^3
 (3) 938.02cm^3 (4) 秒速0.8cm

解 説

I (1) $0.003 \times 4 + \square \times 4 + 2\frac{37}{54} = 2\frac{106}{135}$

$$\square \times 4 = 2\frac{106}{135} - 2\frac{37}{54} - 0.003 \times 4 = \frac{1}{10} - 0.012 = 0.088$$

$$\square = 0.088 \div 4 = 0.022$$

(2) それぞれの歯車で, (歯数) × (回転数) の値は等しくなります。よって, Aが11回転するときのBの回転数を□とすると,

$$68 \times 11 = 48 \times \square \quad \text{より,}$$

$$\square = 68 \times 11 \div 48 = \frac{187}{12} \text{ (回転)}$$

とわかります。すると, Cの回転数も $\frac{187}{12}$ 回転になりますから, Dの歯数を△とすると,

$$27 \times \frac{187}{12} = \triangle \times 7\frac{19}{24} \quad \text{より,}$$

$$\triangle = 27 \times \frac{187}{12} \div 7\frac{19}{24} = 54$$

と求められます。

次に, Aは3秒で5回転しますから, Aが回転する速さは毎秒 $\frac{5}{3}$ 回転です。また, Aが11回転する間にDは $7\frac{19}{24}$ 回転しますから, Dの速さはAの速さの $(7\frac{19}{24} \div 11) = \frac{17}{24}$ 倍です。したがって,

$$\frac{5}{3} \times \frac{17}{24} = \frac{85}{72} \text{ (回転/秒)} \dots\dots \text{Dの速さ}$$

$$12 \div \frac{85}{72} = 10\frac{14}{85} \text{ (秒)} \quad \dots\dots \text{Dが12回転する時間}$$

(3)① AとBの関係, BとCの関係をそれぞれ図に表すと, 図1
右の図1, 図2のようになります。よって,

$$45+123=168(\text{人})\cdots\cdots A$$

$$123+18=141(\text{人})\cdots\cdots B$$

$$119+39=158(\text{人})\cdots\cdots C$$

② Bにあてはまる人に注目します。図1でAとBにあてはまる人は123人いますが, この123人が図2のような部分にいたとしても, $(123-22=)101$ 人はCにもあてはまります。つまり, 少なくとも101人はすべてにあてはまることになります。

③ 3つともあてはまる人の割合は52.75%以上52.85%未満ですから,

$$216 \times 0.5275 = 113.94(\text{人}) \text{以上}$$

$$216 \times 0.5285 = 114.156(\text{人}) \text{未満}$$

より, 114人と決まります。同様に, どれにもあてはまらない人の割合は2.75%以上2.85%未満ですから,

$$216 \times 0.0275 = 5.94(\text{人}) \text{以上}$$

$$216 \times 0.0285 = 6.156(\text{人}) \text{未満}$$

より, 6人と決まります。また, AとBにあてはまる人が123人, BとCにあてはまる人が119人ですから,

$$123 - 114 = 9(\text{人})\cdots\cdots A \text{と} B \text{だけ}$$

$$119 - 114 = 5(\text{人})\cdots\cdots B \text{と} C \text{だけ}$$

とわかり, 右の図3のようになります。図1でAとBのどちらにもあてはまらない人は30人いますが, これは図3のcと6人の和にあたります。よって,

$$30 - 6 = 24(\text{人}) \cdots\cdots c$$

$$158 - (114 + 5 + 24) = 15(\text{人}) \cdots\cdots d$$

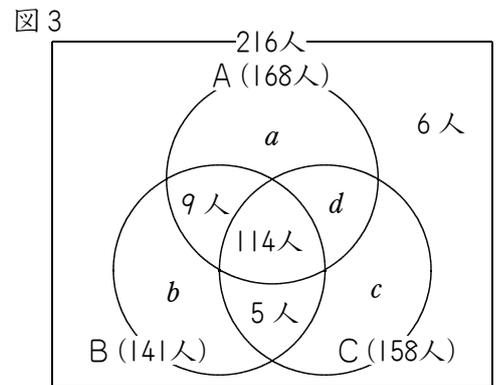
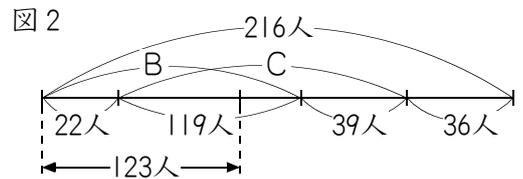
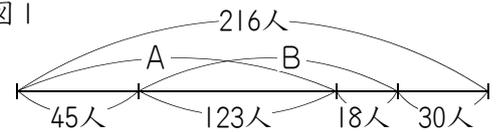
$$168 - (114 + 9 + 15) = 30(\text{人}) \cdots\cdots a$$

$$141 - (114 + 9 + 5) = 13(\text{人}) \cdots\cdots b$$

と求められますから,

$$(9 + 5 + 15) \div 216 = 0.1342\cdots \rightarrow 13.4\% \cdots\cdots 2 \text{つあてはまる人}$$

$$(30 + 13 + 24) \div 216 = 0.3101\cdots \rightarrow 31.0\% \cdots\cdots 1 \text{つあてはまる人}$$



II (1) 長方形のまわりの長さは,

$$(300+500) \times 2 = 1600(\text{m})$$

ですから, 角を含めると $(1600 \div 10 =) 160$ 本になります。実際には4つの角には立てませんから,

$$160 - 4 = 156(\text{本})$$

(2) 歩く長さの合計は $(1600 - 10 =) 1590\text{m}$ ですから,

$$1590 \div 70 = \frac{159}{7} = 22\frac{5}{7}(\text{分}) \cdots\cdots \text{歩く時間の合計}$$

$$2 \times \frac{1}{3} \times 156 = 364(\text{分}) \cdots\cdots \text{立てる時間の合計}$$

$$22\frac{5}{7} + 364 = 386\frac{5}{7}(\text{分}) \rightarrow 6 \text{時間} 26\frac{5}{7} \text{分} \cdots\cdots \text{全て立て終えるまでの時間}$$

(3) 花子さんがDに着くまでに、歩く長さは500m、立てる本数は $(500 \div 10 - 1 =)49$ 本ですから、

$$500 \div 70 + 2 \times \frac{1}{3} \times 49 = \frac{2551}{21} = 121 \frac{10}{21} (\text{分}) \rightarrow 2 \text{時間} 1 \frac{10}{21} \text{分} \dots\dots \text{花子さんがDに着くまでの時間}$$

また、桜さんがCに着くまでに、歩く長さは $(300 + 500 =)800$ m、立てる本数は $(800 \div 10 - 2 =)78$ 本ですから、

$$800 \div 70 + 2 \times 78 = \frac{1172}{7} = 167 \frac{3}{7} (\text{分}) \rightarrow 2 \text{時間} 47 \frac{3}{7} \text{分} \dots\dots \text{桜さんがCに着くまでの時間}$$

(4) 花子さんが旗を立てる間かくは、

$$10 \div 70 + 2 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{7} + 2 \times \frac{1}{3} = 2 \frac{10}{21} (\text{分ごと})$$

です。また、花子さんがDに着いてから桜さんがCに着くまでの時間は、

$$2 \text{時間} 47 \frac{3}{7} \text{分} - 2 \text{時間} 1 \frac{10}{21} \text{分} = 45 \frac{20}{21} \text{分}$$

ですから、

$$45 \frac{20}{21} \div 2 \frac{10}{21} = 18 \frac{29}{52}$$

より、桜さんがCに着くまでに、花子さんはDからかぞえて18本目の旗まで立て終えていることがわかります。このことから、最後に立てる穴は、Dからかぞえて18個目の穴と、Cからかぞえて1個目(Dからかぞえて29個目)の穴の間にあることがわかります。また、花子さんと桜さんが旗を立てる間かくは桜さんの方が少し短いので、最後に立てる穴は、Dからかぞえて18個目と29個目の真ん中よりも少しDに近いところと予想できます。そこで、

$$(18 + 29) \div 2 = 23.5$$

より、Dからかぞえて23個目の穴について調べます。花子さんがAを出発してからこの穴に立て終えるまでの時間は、

$$2 \text{時間} 1 \frac{10}{21} \text{分} + 2 \times \frac{10}{21} \text{分} \times 23 = 2 \text{時間} 58 \frac{3}{7} \text{分}$$

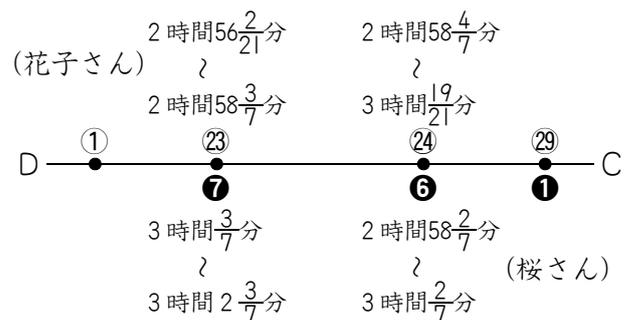
となります。一方、桜さんが旗を立てる間かくは、

$$10 \div 70 + 2 = 2 \frac{1}{7} (\text{分})$$

で、Dからかぞえて23個目の穴は、Cからかぞえると $(29 - 23 + 1 =)7$ 個目の穴ですから、桜さんがAを出発してからこの穴に立て終えるまでの時間は、

$$2 \text{時間} 47 \frac{3}{7} \text{分} + 2 \times \frac{1}{7} \text{分} \times 7 = 3 \text{時間} 2 \frac{3}{7} \text{分}$$

となります。これらをもとにして前後の時間を求めると、右のようになります。よって、Dからかぞえて24個目の穴には桜さんの方が先に着きますから、この穴に立てるのは桜さんで、立て終えるまでの時間は3時間 $\frac{2}{7}$ 分です。



Ⅲ (1) 勝敗の関係を表にまとめると、右の図1のようになります。2回ふってAが3点を得るのは、1回目に3であいこになり、2回目にAが勝つ場合だけです。よって、1回目の出方は1通りに決まります。また、2回目にAが1を出す場合、図1から、Aが勝つようなBの目は{2, 3, 4, 5}とわかります。同様に考えると2回目の出方は図2のようになりますから、全部で、

図1

1	2	3	4	5	6	
1	△	○	○	○	○	×
2	×	△	×	○	×	○
3	×	○	△	○	×	○
4	×	×	×	△	×	×
5	×	○	○	○	△	○
6	○	×	×	○	×	△

図2

A	1	2	3	4	5	6
B	2	4	2		2	1
	3	6	4		3	4
	4		6		4	
	5				6	
	6					6

$$4 + 2 + 3 + 4 + 2 = 15 \text{ (通り)}$$

とわかります(これは図1の○の個数を求めたのと同じです)。さらに、この場合の出方はたとえば図3のようになります。

図3

	1回目	2回目
A	3	1
B	3	2

(2)① 右の図4の7つの場合に分けて求めます(△はあいこを、A、Bは勝った方を表します)。㊦の場合のAの得点は0点です。また、㊩と㊭の場合、3回目に勝った人の得点が1点ですから、2回目に勝った人の得点も1点となり、Aの得点は1点とわかります(このことから、㊩と㊭の1回目のあいこの目は1と決まります)。次に、㊨と㊮の場合、1回目と2回目のAとBの得点がそれぞれ1点ですから、Aの得点は1点です。さらに、㊯と㊱の場合、1回目に勝った人の得点が1点ですから、3回目に勝った人の得点も1点となり、Aの得点は1点とわかります(このことから、㊯と㊱の2回目のあいこの目は1と決まります)。よって、考えられるAの得点は0点と1点です。

図4

㊦	△-△-△
㊩	△-A-B
㊭	△-B-A
㊨	A-B-△
㊮	B-A-△
㊯	A-△-B
㊱	B-△-A

② ㊦の場合、各回のあいこの目が6通りずつありますから、

$$6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{㊦}$$

また、㊩と㊭の場合、1回目のあいこの目は1と決まります。さらに、2回目、3回目で勝敗がつく出方は図1の○をつけた15通りですから、

$$1 \times 15 \times 15 = 225 \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{㊩と㊭}$$

次に、㊨と㊮の場合、3回目のあいこの目は6通りありますから、

$$15 \times 15 \times 6 = 1350 \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{㊨と㊮}$$

さらに、㊯と㊱の場合、2回目のあいこの目は1と決まりますから、

$$15 \times 1 \times 15 = 225 \text{ (通り)} \quad \dots\dots \text{㊯と㊱}$$

よって、全部で、

$$216 + 225 \times 4 + 1350 \times 2 = 3816 \text{ (通り)}$$

Ⅳ (1) 7秒間で(1×7=)7cm動きますから、

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots \text{もとの立方体の体積}$$

$$1 \times 1 \times 3.14 \times 7 = 21.98 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots \text{くり抜かれる円柱の体積}$$

$$1000 - 21.98 = 978.02 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots\dots \text{7秒後の立体の体積}$$

(2) 3秒間で円は(1×3=)3cm動き、長方形は(2×3=)6cm動きますから、3秒後には下の図1のように、円柱の底面と直方体の上の面がちょうど重なり、円柱の底面の円周と直方体の辺が接します。

よって、
 $1 \times 1 \times 3.14 \times 3 = 9.42 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる円柱の体積
 $4 \times 2 \times 6 = 48 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる直方体の体積
 $1000 - (9.42 + 48) = 942.58 (\text{cm}^3)$ ……3秒後の立体の体積

次に、5秒間で円は(1×5=)5cm動き、長方形は(2×5=)10cm動きますから、5秒後のようすを反対側から見ると、図2のようになります。このとき、円柱と直方体が重なっている部分は、高さが(5-3=)2cmの半円柱ですから、

$1 \times 1 \times 3.14 \times 5 = 5 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる円柱の体積
 $4 \times 2 \times 10 = 80 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる直方体の体積
 $1 \times 1 \times 3.14 \div 2 \times 2 = 1 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……円柱と直方体が重なる部分の体積
 $5 \times 3.14 + 80 - 1 \times 3.14 = 4 \times 3.14 + 80 = 92.56 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる部分の体積
 $1000 - 92.56 = 907.44 (\text{cm}^3)$ ……5秒後の立体の体積

図1

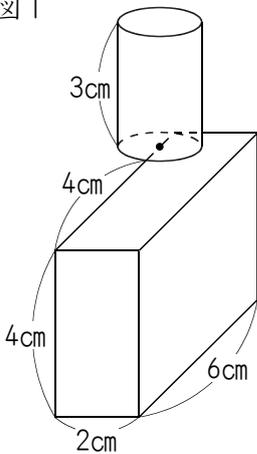


図2

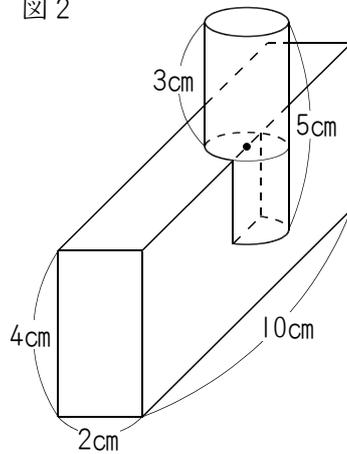


図3

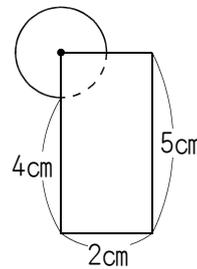
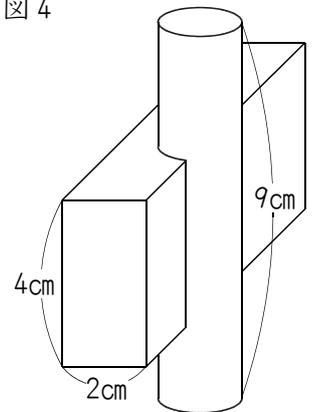


図4



(3) 8秒間で長方形は(0.625×8=)5cm動きますから、真上から見たときのようすは図3のようになります。よって、円柱と直方体が重なる部分は四分円柱とわかります。また、円は(1×8=)8cm動きますから、円柱の底面は直方体の底の部分を通り、重なる部分の高さは4cmになります。したがって、

$1 \times 1 \times 3.14 \times 8 = 8 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる円柱の体積
 $4 \times 2 \times 5 = 40 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる直方体の体積
 $1 \times 1 \times 3.14 \div 4 \times 4 = 1 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……円柱と直方体が重なる部分の体積
 $8 \times 3.14 + 40 - 1 \times 3.14 = 7 \times 3.14 + 40 = 61.98 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる部分の体積
 $1000 - 61.98 = 938.02 (\text{cm}^3)$ ……8秒後の立体の体積

(4) 9秒間で円は(1×9=)9cm動きますから、円柱の底面は直方体の底の部分を通り、重なる部分の高さは4cmになります。また、長方形が動いた長さが6cmより長ければ、くり抜かれる部分は図4のようになります。このとき、

$1000 - 920.42 = 79.58 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる部分の体積
 $1 \times 1 \times 3.14 \times 9 = 9 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……くり抜かれる円柱の体積
 $1 \times 1 \times 3.14 \div 2 \times 4 = 2 \times 3.14 (\text{cm}^3)$ ……円柱と直方体が重なる部分の体積

となりますから、直方体の体積は、

$79.58 - (9 \times 3.14 - 2 \times 3.14) = 79.58 - 21.98 = 57.6 (\text{cm}^3)$

と求められます。したがって、

$57.6 \div (4 \times 2) = 7.2 (\text{cm}) (> 6 \text{ cm})$ ……長方形が動いた長さ←条件に合います
 $7.2 \div 9 = 0.8 (\text{cm/秒})$ ……長方形が動く速さ