

解 答

- I (1) ① $\frac{8}{9}$ ② $1\frac{9}{35}$ (2) ① 225 ② 196
- II (1) 265cm (2) 3185倍
- III (1)

8	9	10	11	12	13
10	9	8	7	6	5

 (2)

2	4	6	8	10	18	26
70	65	60	55	50	31	12
- IV (1) 665.68cm² (2) 7536cm²
- (3) [4, 5, 3, 2, 1], [3, 5, 4, 2, 1], [2, 5, 4, 3, 1], [3, 4, 5, 2, 1]
[2, 4, 5, 3, 1], [2, 3, 5, 4, 1], [2, 3, 4, 5, 1]
- V (1) $68\frac{4}{7}$ m (2) 78m (3) $25\frac{5}{7}$ m

解 説

- I (2) アには1, ケには約数が9個ある整数自身があてはまることに注意すると,
(ア×ケ=)ケ=イ×ク=ウ×キ=エ×カ=オ×オ
と表せます。

① ア+ケ+オ=1+オ×オ+オ=241

オ×オ+オ=241-1=240

240より小さい整数のうち, 最も大きい平方数は(15×15=)225ですから,

240=15×15+15

より, オは15になります。したがって, 求める整数(ケ)は225です。

② ウ×ケ×キ=ケ×ケ=38416

より, 38416は平方数です。よって,

38416=2×2×2×2×7×7×7×7

=(2×2×7×7)×(2×2×7×7)

=196×196

より, 求める整数(ケ)は196です。

- II ⑨の正三角形を置いたときのようなすは(図1)のようになります。よって, ⑨の正三角形の1辺の長さを[N]とすると,

$[N] = [N-1] + [N-5]$

になります。したがって, 正三角形の1辺の長さを表に表すと下のようになります。

番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯	⑰	...
1 辺の長さ (cm)	1	1	1	2	2	3	4	5	7	9	12	16	21	28	37	49	65	...

- (1) (図1)より, ⑨の正三角形を置いたときにできる図形の周の長さは,

$[N] \times 2 + [N-1] + [N-2] + [N-3] + [N-4]$

で求められます。したがって, 求める長さは,

$17 \times 2 + 16 + 15 + 14 + 13 = 65 \times 2 + 49 + 37 + 28 + 21 = 265$ (cm)

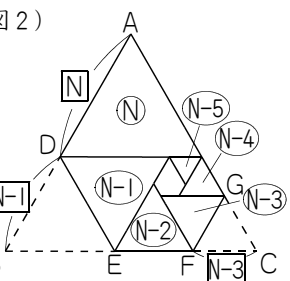
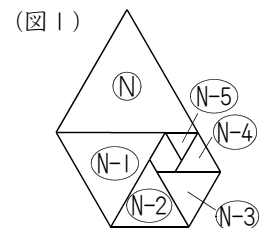
- (2) (図2)で, ⑨の正三角形を置いたときにできる図形は, 正三角形ABCから正三角形DBEと正三角形GFCを取りのぞいてできる図形です。ここで, 1辺の長さがx cmの正三角形の面積は, 1辺の長さが1 cmの正三角形の面積のx×x倍になりますから, ⑨の正三角形を置いたときにできる図形の面積は, ①の正三角形の面積の,

$([N] + [N-1]) \times ([N] + [N-1])$
 $- [N-1] \times [N-1] - [N-3] \times [N-3]$ (倍)

になります。したがって, 求める面積は, ①の正三角形の面積の,

$(15+14) \times (15+14) - 14 \times 14 - 12 \times 12$

= (37+28) × (37+28) - 28×28 - 16×16 = 3185 (倍)



Ⅲ (1) つるかめ算より、チーズケーキの個数は、

$$(3500 - 120 \times 18) \div (300 - 120) = 7 \text{ あまり } 80 \rightarrow 7 + 1 = 8 \text{ (個以上)}$$

$$(4500 - 120 \times 18) \div (300 - 120) = 13 \text{ (個以下)}$$

したがって、チーズケーキとプリンの個数の組み合わせは

(表1)

チーズケーキ(個)	8	9	10	11	12	13
プリン(個)	10	9	8	7	6	5

(表1)のようになります。

(2)ア チーズケーキの個数が10個以下のとき、チーズケーキの個数をa、プリンの個数をbとすると、

$$300 \times a + 120 \times b = 9000$$

$$5 \times a + 2 \times b = 150$$

この式を満たすa、bの組み合わせは(表2)のようになります。

(表2)

a	0	2	4	6	8	10
b	75	70	65	60	55	50

イ チーズケーキの個数が11個以上のとき、10個をこえた分のチーズケーキの値段は、

$$300 \times (1 - 0.05) = 285 \text{ (円)}$$

になります。チーズケーキの10個をこえた分の個数をc、プリンの個数をdとすると、

$$300 \times 10 + 285 \times c + 120 \times d = 9000 \text{ (円)}$$

$$285 \times c + 120 \times d = 9000 - 300 \times 10 = 6000$$

$$19 \times c + 8 \times d = 400$$

この式を満たすc、dの組み合わせは(表3)のようになります。よって、チーズケーキの個数は、

$$8 + 10 = 18 \text{ (個)}, 16 + 10 = 26 \text{ (個)}$$

ア、イより、チーズケーキとプリンの個数の組み合わせは(表4)のようになります。

(表3)

c	0	8	16
d	50	31	12

(表4)

チーズケーキ(個)	2	4	6	8	10	18	26
プリン(個)	70	65	60	55	50	31	12

Ⅳ (1) 底面の半径は、1の円柱は2cm、2の円柱は(2×2=)4cm、3の円柱は(4×2=)8cmですから、

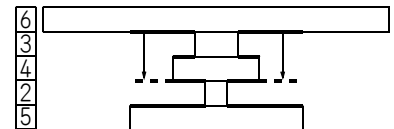
$$8 \times 8 \times 3.14 \times 2 = 128 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots \text{底面積2つ分}$$

$$(2 \times 2 + 4 \times 2 + 8 \times 2) \times 3.14 \times 3 = 84 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots \text{側面積}$$

$$(128 + 84) \times 3.14 = 212 \times 3.14 = 665.68 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots \text{表面積}$$

(2) 底面の半径は、4の円柱は(8×2=)16cm、5の円柱は(16×2=)32cm、

6の円柱は(32×2=)64cmです。立体[6 5 4 3 2]にはくぼみになる部分はありませんから、立体[6 3 4 2 5]のくぼみになる部分(図の太線の部分)が表面積の差になります。



$$(32 \times 32 - 4 \times 4) \times 3.14 \times 2 + (16 \times 16 - 8 \times 8) \times 3.14 \times 2 = 1200 \times 2 \times 3.14 = 7536 \text{ (cm}^2\text{)}$$

(3) くぼみの部分ができないように、立体5の位置で場合分けをして考えます。ただし、ア>オより、一番下の段が立体1にはなりません。

- ・立体5が一番下の場合→立体[5 4 3 2 1]以外なし
- ・立体5が下から2段目の場合→[4 5 3 2 1], [3 5 4 2 1], [2 5 4 3 1]
- ・立体5が下から3段目の場合→[3 4 5 2 1], [2 4 5 3 1], [2 3 5 4 1]
- ・立体5が下から4段目の場合→[2 3 4 5 1]

以上の7通りになります。

Ⅴ (1) ④君と⑥君のはじめの間の距離は60m、④君の速さは分速150m、⑥君の速さは分速80mですから、④君が⑥君に追いつくまでの時間は、

$$60 \div (150 - 80) = \frac{6}{7} \text{ (分)}$$

したがって、⑥君が④君からボールを受け取るまでに歩いた距離は、

$$80 \times \frac{6}{7} = 68\frac{4}{7} \text{ (m)}$$

(2) $68\frac{4}{7} + 89\frac{1}{7} = 157\frac{5}{7} \text{ (m)}$ ……④君が⑥君からボールを受け取るまでに歩いた距離

④君が⑥君からボールを受け取るまでの速さは分速80mですから、④君が⑥君からボールを受け取るまでの時間は、

$$157\frac{5}{7} \div 80 = 1\frac{34}{35} \text{ (分)}$$

したがって、

$$(150 - 80) \times 1\frac{34}{35} = 138 \text{ (m)} \quad \dots\dots \text{A C間の距離}$$

$$138 - 60 = 78 \text{ (m)} \quad \dots\dots \text{B C間の距離}$$

(3) $540 - 300 = 240 \text{ (m)}$ ……A D間の距離

④君が④君からボールを受け取るまでの時間は、

$$240 \div (150 - 80) = 3\frac{3}{7} \text{ (分)}$$

ですから、

$$80 \times 3\frac{3}{7} = 274\frac{2}{7} \text{ (m)} \quad \dots\dots \text{④君が歩いた距離}$$

$$300 - 274\frac{2}{7} = 25\frac{5}{7} \text{ (m)} \quad \dots\dots \text{④君が走った距離}$$