

第 1 日

解 答

- ① 85 ② 12 ③ 250 ④ 15 ⑤ ① 285714 ② $\frac{2}{7}$
 ⑥ ① 4005 ② 495000 ⑦ ① 4 ② D, B, A, E, C ⑧ ① 73 ② 66
 ⑨ ① 22 ② $\frac{19}{80}$ ⑩ ① 4 ② 83 ⑪ 156.56 ⑫ 37 ⑬ $3\frac{1}{6}$

解 説

- ② $0.5 \text{ ha} = 50 \text{ a}$
 $4000 \times \frac{500}{10} \times \frac{50}{10} \times 0.12 = 12$ (万円)
- ③ $100 \times 2 \div (5 - 1) = 50$ (円) ……弟の残金
 $50 \times 5 = 250$ (円) ……兄の残金
 最初の所持金 (2 : 1) から往復の電車賃 (2 : 1) を引いた額も 2 : 1 です。
 $(300 + 250) - (100 + 50) = 400$ (円) ……往復の電車賃を除いた所持金の比
 $400 \div (2 - 1) \times 1 = 400$ (円) ……往復の電車賃を除いた弟の所持金
 $400 - (100 + 50) = 250$ (円) ……弟が支払った美術館の入館料
- ④ $3600 = 15 \times 240 = 12 \times 300$
 より、1束15本から12本 (3本減) にすると、束の数は240束から300束 (60束増) になります。したがって、 $\square = 15$ となります。
- ⑤ ABCDEF を 3 倍すると、BCDEFA になるということです。
 $(A \times 100000 + BCDEF) \times 3 = BCDEF \times 10 + A$
 $\rightarrow A \times 300000 + BCDEF \times 3 = BCDEF \times 10 + A$
 $\rightarrow A \times 299999 = BCDEF \times 7$
 両辺を 7 で割って、
 $A \times 42857 = BCDEF$ …… (*)
 (*) の式を満たすのは、 $A = 1$ または、 $A = 2$ のときです。
 $A = 2$ を代入して、 $2 \times 42857 = 85714 \rightarrow x = 285714$ ……①
 また、 $\frac{x}{999999} = \frac{285714}{999999} = \frac{2}{7}$ ……②
- ⑥ A, D は 0 ではないから、4けたの整数 ABCD は、全部で、
 $9 \times 10 \times 10 \times 9 = 8100$ (通り)
 $ABCD = DCBA$ となるのは、例えば、1221 や 7447 のように、 $A = D$ かつ $B = C$ となるときです。すなわち、A, B を決めれば C, D は自然に決まるので、
 $9 \times 10 = 90$ (通り)
 また、 $ABCD > DCBA$ となる場合と、 $ABCD < DCBA$ となる場合は同数ですから、
 $(8100 - 90) \div 2 = 4005$ (個) ……①
 $A = 1$ のとき、 $B = 0 \sim 9$ の 10 通り。 $A = 2, 3, 4, \dots, 9$ のときも同様ですから、千の位の和は、
 $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 1000 \times 10$
 $B = 0$ のとき、 $A = 1 \sim 9$ の 9 通り。 $B = 1, 2, 3, \dots, 9$ のときも同様ですから、百の位の和は、
 $(0 + 1 + 2 + \dots + 9) \times 100 \times 9$
 十の位、一の位の和はそれぞれ、百の位、千の位の場合と同じ考え方で求められますから、総和は、
 $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 1000 \times 10$
 $+ (0 + 1 + 2 + \dots + 9) \times 100 \times 9$
 $+ (0 + 1 + 2 + \dots + 9) \times 10 \times 9$
 $+ (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 1 \times 10$
 $= 45 \times (10000 + 900 + 90 + 10)$
 $= 45 \times 11000$
 $= 495000$

- ⑦ $A+B=C+D+E$ ……① , $A+D>B+C+E$ ……② , $B+D>A+C+E$ ……③
 ①・②より, $D>B$ ……④
 ①・③より, $D>A$ ……⑤
 ①・④・⑤より, D が最も大きい数であることがわかります。さらに, A, B, C, E の4数について, C, E のどちらか一方が A または B より大きいと仮定する(例えば, $A>C>B>E$)と,
 $A+B$ (1番目と3番目に大きい数の和) $>C+E$ (2番目と4番目に大きい数)
 となるので, ①に反する(右辺に D を加えると, 必ず左辺より大きくなってしまいます)。したがって,
 $D>(A, B)>(C, E)$ ……(*)

となります。 A, B の大小関係は決まらない。 C, E も同様。よって, 考えられる5数の大小関係は,
 $2 \times 2 = 4$ (通り)

さらに,

$$A+E=B+C \quad \text{……⑥}$$

$$B+E=A+A+C \quad \text{……⑦}$$

⑥の式から⑦の式を辺々引くと,

$$A-B=B-A-A$$

$$A \times 3 = B = 2 \rightarrow A:B=2:3$$

ですから, ⑥より, $E>C$ となります。したがって, $A \sim E$ の大小関係は,

$$D>B>A>E>C$$

- ⑧ $\frac{1}{11} = 0.0909\cdots$ を利用して, $\frac{7}{11} = 0.6363\cdots$ これより,

$$\frac{1}{11} = \frac{18}{198} = 1.6363\cdots, \quad 2 \frac{7}{11} = \frac{29}{11} = 2.6363\cdots$$

→分子は, 7, 18, 29, 40, 51, 62, 73, ……(*)

$$\frac{8}{13} = 0.6153\cdots, \quad \frac{9}{13} = 0.6923\cdots \quad \text{より, 小数第1位が6になるときの分子は,}$$

$$\rightarrow (\text{ア}) 8, 21, 34, 47, 60, 73, \cdots$$

$$(\text{イ}) 9, 22, 35, 48, 61, 74, \cdots$$

(*), (ア)を満たす数は,

$$73, 73+143, 73+143 \times 2, \cdots$$

(*), (イ)を満たす数は, (*)は11で割ると7余り, (イ)は13で割ると9余る数ですから, 4を加えると143で割り切れる数です。したがって,

$$139, 139+143, 139+143 \times 2, \cdots$$

以上より, 最も小さい数は73(①)で, 2番目に小さい数は139です。

$$139-73=66 \quad \text{……②}$$

- ⑨ ① $4 \times 5 + (3-1) = 22$ (cm)

② 右図より,

$$GI = 3 \div 2 = 1.5 \text{ (cm)}$$

$$HG = 4 - 1.5 = 2.5 \text{ (cm)}$$

$\triangle AEF, \triangle IGF, \triangle HGC$ は相似で相似比は,

$$1:1.5:2.5=2:3:5$$

ですから, 面積の比は,

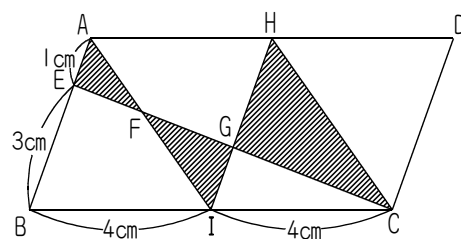
$$(2 \times 2):(3 \times 3):(5 \times 5) = 4:9:25$$

$\triangle HGC$ の面積を25とすると, 平行四辺形ABCDの面積は,

$$25 \div 5 \times (5+3) \times 2 \times 2 = 160$$

したがって, 斜線部の面積は, 平行四辺形ABCDの面積の,

$$(4+9+25) \div 160 = \frac{19}{80} \text{ (倍)}$$



- ⑩ ① $\triangle AEC$ と $\triangle BED$ において,

$$AE=BE, EC=ED, \text{角} AEC=\text{角} BED$$

より, $\triangle AEC$ と $\triangle BED$ は合同です。よって, $AC=BD$ となりますから,

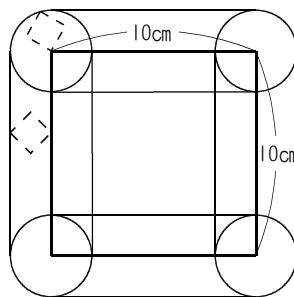
$$OD=BD-OB=AC-OB=(8+1)-5=4 \text{ (cm)}$$

- ② 角EAC=角ア=23°, 角AEB=60°

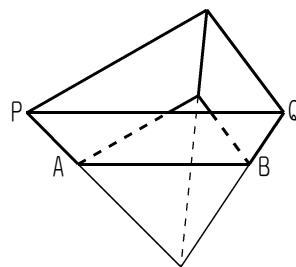
ですから, 外角の定理を利用して,

$$\text{角} I = 23 + 60 = 83^\circ$$

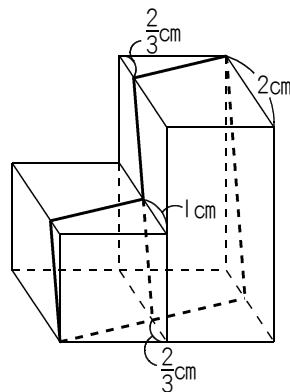
- ⑪ 正方形Bの対角線の長さを b とすると、
 $b \times b \div 2 = 2 \rightarrow b = 2 \text{ (cm)}$
 半径2 cmの円Cの中心が正方形Aの周上を動くときの、
 円Cの通過部分の面積を求めることと同じです。正方形Aの外側の部分は、
 $2 \times 2 \times 3.14 + 2 \times (10 \times 4) = 92.56 \text{ (cm}^2\text{)}$
 正方形Aの内側の部分は、
 $10 \times 10 - 6 \times 6 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$
 したがって、
 $92.56 + 64 = 156.56 \text{ (cm}^2\text{)}$



- ⑫ 容器を組み立てると、右図のような角すい台になります。
 $PQ = 4 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$ ですから、
 $(4 \times 4 \times 4 - 3 \times 3 \times 3) \div (1 \times 1 \times 1) = 37 \text{ (倍)}$



- ⑬ $1 \times 1 \times 1 \div 2 + 1 \times 2 \times \left(\frac{2}{3} + 2\right) \div 2 = 3\frac{1}{6} \text{ (cm}^3\text{)}$



第2日

解答

- ① (1) 2倍 (2) 1.5倍 (3) 800 g
 ② (1) 解説参照 (2) 解説参照 (3) 144 cm³
 ③ (1) (ア) 289 (イ) 289 (2) 28914 (3) 16種類 (4) 1994種類
 ④ (1) 20 cm³ (2) 1.57倍 (3) 7.85 cm³
 ⑤ (1) 分速60 m (2) 5秒おき, 11回 (3) 30秒より長く37.5秒より短い

解説

- ① (1) (A+B)とCについて、
 食塩の重さの比が2:1, 濃さの比が1:1
 ですから、食塩水の重さの比は、
 $(2 \div 1) : (1 \div 1) = 2 : 1 \rightarrow 2 \text{ 倍}$
 (2) Aと(B+C)について、
 食塩の重さの比が1:2, 濃さの比が1:2
 ですから、食塩水の重さの比は、
 $(1 \div 1) : (2 \div 2) = 1 : 1$
 \rightarrow (1)と合わせて、食塩水の重さの比は、
 $A : B : C = 3 : 1 : 2 \rightarrow A \text{ は } C \text{ の } 1.5 \text{ 倍}$
 (3) (A+C)とBについて、食塩の重さの比は2:1ですから、食塩水全体の重さの比を2:1にすれば濃さが等しくなります。はじめの食塩水の重さを、 $A = 3$, $B = 1$, $C = 2$ とすると、
 $(3 + 2) \div 2 = 2.5$ ……水を加えた後のBの食塩水全体
 $600 \div (2.5 - 1) = 400 \text{ (g)}$ ……比の1あたりの重さ
 $400 \times 2 = 800 \text{ (g)}$