平成２１年度　　灘中学校（算数）　　　　　　　　解答と解説

第１日

解 答

$\boxed{1}$ ３２８　$\boxed{2}$ ３４　$\boxed{3}$ ２１　$\boxed{4}$ １.４　$\boxed{5}$ $93\frac{1}{3}$　$\boxed{6}$ ① ６４８ ② １４７７

$\boxed{7}$ ① ４ ② ５　$\boxed{8}$ $\frac{5}{18}$　$\boxed{9}$ $2\frac{7}{9}$　$\boxed{10}$ ４.４３　$\boxed{11}$ $4\frac{1}{3}$

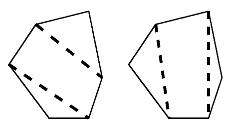
$\boxed{12}$ ４５　$\boxed{13}$ $\frac{5}{16}$

解 説

$\boxed{1}$ $\frac{1}{2009}+\frac{1}{392}=\frac{1}{7\times7\times41}+\frac{1}{7\times7\times8}=\frac{49}{7\times7\times8\times41}=\frac{1}{328}$

$\boxed{2}$ Ａ組，Ｂ組の生徒数をそれぞれａ人，ｂ人とすると，１８０÷ａ＝４あまりｃ（ａ＜４５）→１８０＝ａ×４＋ｃ…①，２００÷ｂ＝５あまりｄ（３３＜ｂ＜４０）→２００＝ｂ×５＋ｄ…②。①＋②をすると，３８０＝ａ×４＋ｂ×５＋（ｃ＋ｄ）＝ａ×５＋ｂ×６となりますから，（ａ，ｂ）＝（３４，３５）。よって，Ａ組の生徒数は３４人。

$\boxed{3}$ 対角線２本が頂点で交わるとき，１つの頂点から引ける対角線は３本あり，そのうち２本の選び方は３通りで，頂点は６個ありますから，３×６＝１８（通り）。また，対角線２本が頂点で交わらないとき，右の図の３通りの引き方が考えられます。したがって，全部で，１８＋３＝２１（通り）



$\boxed{4}$ 出会うまでの時間をａ分とすると，ａ：４９＝２５：ａ→ａ×ａ＝４９×２５より，ａ＝３５（分）。太郎君と次郎君の速さの比は，$\frac{1}{35}:\frac{1}{49}$となりますから，７÷５＝１.４（倍）

$\boxed{5}$ 針の長い順にＡ，Ｂ，Ｃとすると，Ａ，Ｂの重なりは，$1\div\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)=\frac{40}{3}$（分）ごと，Ｂ，Ｃの重なりは，$1\div\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{14}\right)=\frac{56}{3}$（分）ごとります。したがって，３本の針がすべて重なるのはこれらの最小公倍数である$\left(\frac{280}{3}=\right)$ $93\frac{1}{3}$分後とわかります。

$\boxed{6}$ ①　０００～８８８で考えます。百の位，十の位とも０～８の９通りあり，百の位，十の位を決めたとき，各位の数の和が０（←０００），９または１８になるような一の位の決め方が必ず１通りありますから，９×９×（９－１）＝６４８（通り）

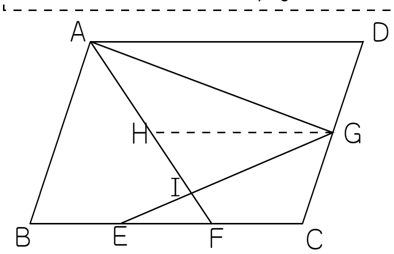
②　求める整数は，４けたの整数の（９９９－６４８＝）３５１番目。３５１÷（９×８）＝４あまり６３ より，１４□□の６３番目の整数であることがわかります。６３÷８＝７あまり７より，１４７□の７番目ですから，１４７７とわかります（←１４７６は９の倍数なので×）。

$\boxed{7}$ ①　６０から逆にたどっていきます。奇数になるとさかのぼれませんから，右のようになり，１０，３５，６０，８５の４個あることがわかります。

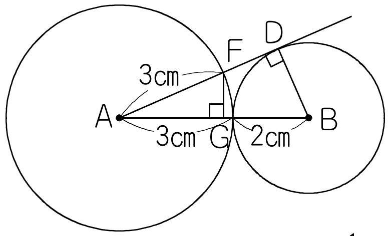
②　右の図で，１０の前は５となっていますから，操作の結果が６０になる最終候補は５です。５は５回で６０になり，その後４回ごとに６０になりますから，１０１＝５＋４×２４ より，５は１０１回目に６０になります。

４回目　３回目　２回目　１回目　はじめ
６０←３０←１５
５５
８０←４０←２０←１０
６５
９０←４５
７０←３５
６０
８５
９５

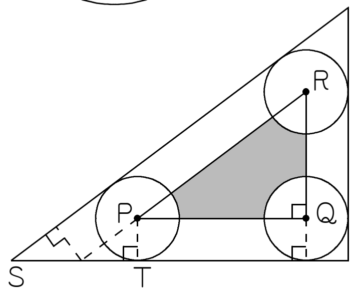
$\boxed{8}$ ＧからＡＤに平行な直線を引き，ＡＦとの交点をＨ，ＡＦとＧＥとの交点をＩとします。ＡＤ＝３とするとき，ＢＥ＝ＥＦ＝ＦＣ＝１ですから，ＨＧ＝（３＋１）÷２＝２。したがって，ＡＨ：ＨＩ：ＩＦ＝３：２：１ですから，三角形ＡＧＩの面積は平行四辺形ＡＢＣＤの面積の，$1\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$



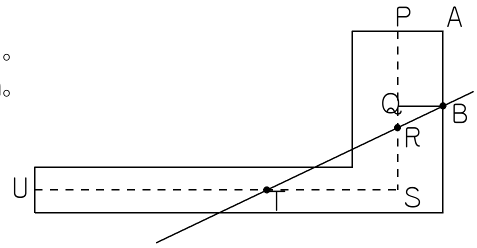
⑨　ＡＢとＥＦの交点をＧとします。三角形ＡＢＤの面積と三角形ＡＦＧの面積を比べます。三角形ＡＢＤと三角形ＡＦＧは相似で，相似比は，ＡＢ：ＡＦ＝(３＋２)：３＝５：３。したがって，面積の比は(５×５)：(３×３)＝２５：９となりますから，２５÷９＝$2\frac{7}{9}$(倍)



⑩　ＳＴ＝１×$\frac{5}{3}$＋１×$\frac{4}{3}$＝３(cm)。したがって，ＰＱ＝８－(３＋１)＝４(cm)→ＱＲ＝３cm。４×３÷２－１×１×３．１４÷２＝４．４３(cm²)

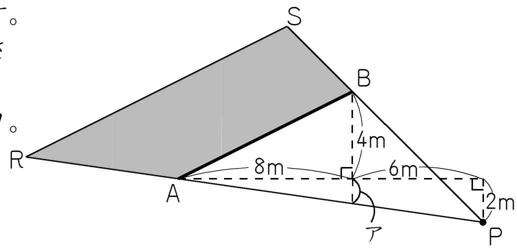


⑪　右の図のように，中心線ＰＳ，ＳＵを引きます。ＰＳ＝７cm，ＳＵ＝１６cmとなり，３つの部分の面積は，(１８×８－１４×６)÷３＝２０(cm²)。４×ＰＲ＝２０より，ＰＲ＝５cm，２×ＴＵ＝２０より，ＴＵ＝１０cm。したがって，ＲＳ＝７－５＝２(cm)，ＳＴ＝１６－１０＝６(cm)。三角形ＲＳＴと三角形ＲＱＢの相似比は，ＳＴ：ＱＢ＝６：２＝３：１→ＱＲ＝２×$\frac{1}{3}$＝$\frac{2}{3}$(cm)。よって，ＡＢ＝ＰＱ＝５－$\frac{2}{3}$＝$4\frac{1}{3}$(cm)



⑫　ＱＤ，ＱＣの延長線が地面と交わる点を，それぞれＲ，Ｓとします。このとき，三角形ＰＡＢと三角形ＰＲＳは相似で，点光源(Q)の高さと壁の高さの比が(９：３＝)３：１であることから，相似比は，(３－１)：３＝２：３で，面積の比は，(２×２)：(３×３)＝４：９。図のアの長さは，２×$\frac{8}{14}$＝$1\frac{1}{7}$(m)，三角形ＰＡＢの面積は，$\left(4+1\frac{1}{7}\right)$×１４÷２＝３６(m²)となるので，影の面積は，

３６×$\frac{9-4}{4}$＝４５(m²)



⑬　点Ｏをふくむ立体の体積を平面ＫＬＭＮで切断して考えます。もとの四角すいの体積を８とすると，上の部分(四角すいＯ－ＫＬＭＮ)の体積は１，下の部分の体積は，１×$\left(1+\frac{1}{2}\right)$＝$\frac{3}{2}$ですから，

$\left(1+\frac{3}{2}\right)$÷８＝$\frac{5}{16}$