

解 答

① (1) 每分 $\frac{1}{2}$ m, 16 : 9

(2) $2\frac{1}{3}\frac{7}{2}\text{m}^2$

(3) 2分40秒後, 9分50秒後

② (1) 401.92 cm²

(2) ①正六角形, 解説参照

(2) 500 cm³

| 番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 電球 | ○ | × | × | ○ | × | × | × | × | ○ | × |

(2) 7個, 平方数

(3) 15個

④ (1) ①解説参照 (2) 5 cm, 25 cm²

(2) 解説参照

解 説

① (1) $1 \div 2 = \frac{1}{2}$ (m) ……正方形⑤の分速

グラフより, 正方形④の対角線の長さを進むのに8分, 正方形⑤の対角線の長さを進むのに $4\frac{1}{2}$ 分かかるていますから,

$8 : 4\frac{1}{2} = 16 : 9$

(2) $\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$ (m) ……正方形⑤の対角線の長さ

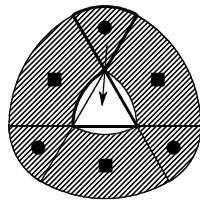
$2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{4} \div 2 = 2\frac{1}{3}\frac{7}{2}$ (m²) ……正方形⑤の面積

(3) 正方形④の対角線の長さを□mとすると,

$\square \times \square \div 2 = \frac{8}{9} \rightarrow \square \times \square = \frac{16}{9} \rightarrow \square = \frac{4}{3}$ m

となる時間を求めればよいことがわかります。

$\frac{4}{3} \div \frac{1}{2} = 2\frac{2}{3}$ (秒後) \rightarrow 2分40秒後 …… 1回目
12分30秒 - 2分40秒 = 9分50秒後 …… 2回目

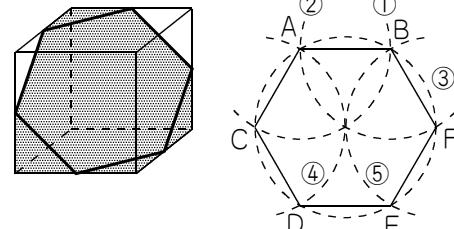


② (1) 太線のおうぎ形は合同ですから, 図のように移動して考えると, 半径が(8+4×2)=16 cmで, 中心角が60度のおうぎ形の面積3分になります。

$16 \times 16 \times 3.14 \times \frac{60}{360} \times 3 = 401.92$ (cm²)

(2) 展開図を組み立てるとき, 右の図のような立体ができ, 不足している面は正六角形です。作図は, 1辺の長さがABの正六角形をかきます。直線ABの長さ(a cmとします)と同じ長さの直線ABを引き, A, Bを中心とする半径a cmの弧をかきます(①, ②)。次に①, ②の交点を中心半径a cmの円をかき, AC, BFを結びます(③, ④)。最後にC, Fを中心とする半径a cmの弧をかき, CD, DE, EFを結びます。体積は, 1辺が10 cmの立方体の半分ですから,

$10 \times 10 \times 10 \div 2 = 500$ (cm³)



③ (1) 1つずつ調べていくと右のようになります。

(2) 約数が偶数個の数はボタンを押す回数が偶数回なので電球は消え,

約数が奇数個の数(平方数)はボタンを押す回数が奇数回なので電球はついています。よって, 1~50までに「1, 4, 9, 16, 25, 36, 49」の7個あります。

(3) 約数が4個の数を考えます。約数が4個の数は,

① $a \times a \times a$ ② $a \times b$ (ただし, a, bはそれぞれ素数)

と表すことができます。

① $2 \times 2 \times 2 = 8$, $3 \times 3 \times 3 = 27$

② $2 \times 3 = 6$, $2 \times 5 = 10$, $2 \times 7 = 14$, $2 \times 11 = 22$, $2 \times 13 = 26$, $2 \times 17 = 34$,
 $2 \times 19 = 38$, $2 \times 23 = 46$, $3 \times 5 = 15$, $3 \times 7 = 21$, $3 \times 11 = 33$, $3 \times 13 = 39$,
 $5 \times 7 = 35$

の合計15個あります。

| 番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 電球 | ○ | × | × | ○ | × | × | × | × | ○ | × |

- ④ (I) ①右の図で、三角形ADE, 三角形BAF, 三角形CBG, 三角形DCHは、2辺の長さが3cmと4cmでその間の角が90度ですから、問題文の④より合同な三角形です。 $\rightarrow AB = BC = CD = DA$

また、●+▲=90度ですから、四角形ABCDの4つの角はすべて90度になります。これより、4つの辺の長さが等しく、4つの角はすべて直角ですから、四角形ABCDは正方形になります。

$$\textcircled{2} \quad 7 \times 7 - 3 \times 4 \div 2 \times 4 = 25 \quad (\text{cm}^2) \quad (= 5 \times 5)$$

より、正方形ABCDの1辺の長さは5cmで、面積は25cm²です。

- (2) はじめの正方形: 正方形ABCD (S_1) = 49 : 25 ($= S_1 : S_2 = S_2 : S_3 = \dots$)

より、1つ小さくなるごとに面積は $\frac{2}{4}\frac{5}{9}$ 倍されます。

$$\begin{aligned} S \times \frac{4}{9} &= S_1 \times \frac{4}{9} + S_2 \times \frac{4}{9} + S_3 \times \frac{4}{9} + \dots + S_{2009} \times \frac{4}{9} + S_{2010} \times \frac{4}{9} \\ &= S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{2010} + S_{2011} \quad \dots \text{②} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} = S - S \times \frac{2}{4} = S \times \frac{2}{4} = S_1 - S_{2011} = 25 - S_{2011}$$

$$S = (25 - S_{2011}) \div \frac{24}{49} = 51.04 \dots - S_{2011} \times \frac{49}{24} < 56.25$$

となり、56.25より小さいことが分かります。

