

算 数

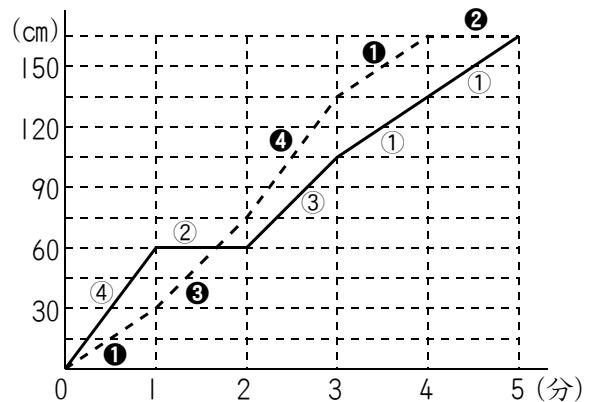
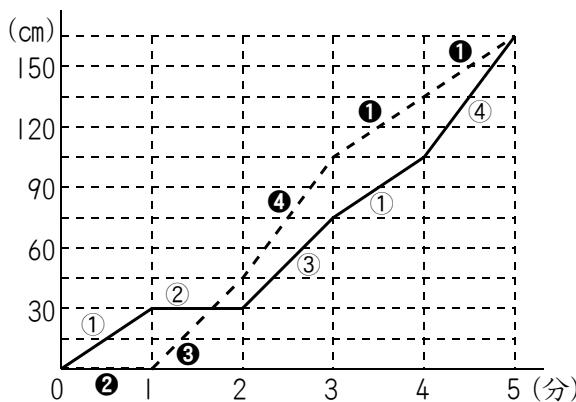
- ① $<1\ 2\ 3\ 1\ 4>$, $<2\ 3\ 4\ 1\ 1>$, $<4\ 2\ 3\ 1\ 1>$, $<1\ 3\ 4\ 1\ 2>$
 ② (1) 解説参照 (2) 76分後 (3) 94.4m
 ③ (1) (ア) 4通り (イ) 9人
 (2) ① 12 ② 199 ③ 9 ④ 7 ⑤ 5 ⑥ 3 ⑦ 6 ⑧ 129
 ④ 解説参照

解 説

① (1) 2つのロボットの間の距離は、カードの種類によって右のように変化します(同じカードの場合は変化しません)。また、1分ごとの変化の仕方をグラフのたて軸の目盛りの数で表すと、
 2目盛り→3目盛り→1目盛り→0目盛り→2目盛り
 となりますから、1目盛りが15cmにあたり、
 $30\text{cm} \rightarrow 45\text{cm} \rightarrow 15\text{cm} \rightarrow 0\text{cm} \rightarrow 30\text{cm}$

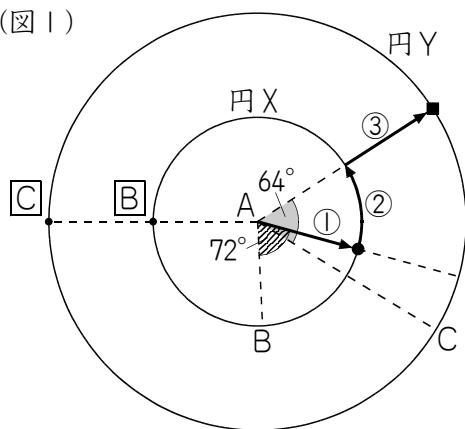
と変化したことになります。よって、0~1分後はアまたはウ、
 1~2分後はエ、2~3分後はイまたはカ、3~4分後は同じカード、4~5分後はアまたはウとなりますから、下の2通りの進み方が考えられます。このグラフで実線と点線のどちらがAでもよいですから、Aの進み方として考えられるのは、 $<1\ 2\ 3\ 1\ 4>$, $<2\ 3\ 4\ 1\ 1>$, $<4\ 2\ 3\ 1\ 1>$, $<1\ 3\ 4\ 1\ 2>$ の4通りです。

- | |
|--------------------------|
| ア ①と② 每分30cm |
| イ ①と③ 每分 $(45-30=)$ 15cm |
| ウ ①と④ 每分 $(60-30=)$ 30cm |
| エ ②と③ 每分45cm |
| オ ②と④ 每分60cm |
| カ ③と④ 每分 $(60-45=)$ 15cm |



② (1) 点Bは $(60 \times 1 =)$ 60分で、点Cは $(60 \times 3 =)$ 180分でそれぞれ一周しますから、点Bの速さは毎分 $(360 \div 60 =)$ 6度、点Cの速さは毎分 $(360 \div 180 =)$ 2度です。また、点Pが[移動1]で進む距離は $(50 \times \frac{12}{60} =)$ 10mですから、点Pは[移動1]で円Xと円Yの周上間を移動することになります。次に、①の時間は12分ですから、点Pが(図1)の①の部分を動く間に、点Bは $(6 \times 12 =)$ 72度動きます。よって、●の位置で点Pと点Bが重なるためには、点Pが①の移動を開始するとき、点Bは●の72度後方にいる必要があります。また、①, ②, ③の時間の合計は、 $(12 + 8 + 12 =)$ 32分で

(図1)



すから、点Pが①, ②, ③の部分を動く間に、点Cは $(2 \times 32 =) 64$ 度動きます。したがって、■の位置で点Pと点Cが重なるためには、点Pが①の移動を開始するとき、点Cは■の64度後方にいる必要があります。つまり、①の移動開始時の点Bと点Cの位置は(図1)のようになります。

(2) ②の部分の中心角は $(6 \times 8 =) 48$ 度ですから、(図1)のときの角BACの大きさは、

$$72 - (64 - 48) = 56\text{ (度)}$$

です。つまり、(図1)のときに点Bは点Cの56度後方にいますが、これは、点Bが点Cの $(360 - 56 =) 304$ 度前方にいるときと考えることができます。また、現在、点Bと点Cはそれぞれ[B], [C]の位置にいますから、最短で(図1)のようになるのは、点Bと点Cが同時に[B], [C]を出発し、点Bが点Cよりも304度多く動いたときです。よって、

$$304 \div (6 - 2) = 76\text{ (分後)}$$

(3) ③の間に点Bは72度動きますから、③が終了したとき、(図2)のように点Bは点Cの72度前方にいます。その後、⑤で点Cから点Bに移るためには、⑤を開始するとき(=④が終了したとき)、(図3)のように点Bは▲の72度後方にいる必要があります。また、(図2)は点Bが点Cの $(360 - 72 =) 288$ 度後方にいるときと考えることができますから、(図2)から(図3)までの間に点Bと点Cが移動する角度の差は、

$$288 - 72 = 216\text{ (度)}$$

となります。よって、その時間(=④の時間)は、

$$216 \div (6 - 2) = 54\text{ (分)}$$

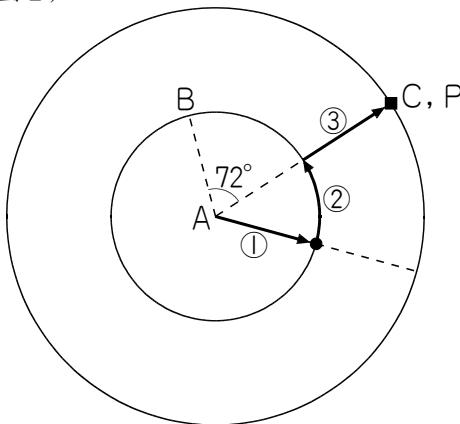
ですから、④で移動する道のりは、半径が20mで中心角が $(2 \times 54 =) 108$ 度のおうぎ形の弧の長さになります。また、②, ⑥で移動する道のりは、半径が10mで中心角が48度のおうぎ形の弧の長さですから、曲線部分の道のりの合計は、

$$20 \times 2 \times 3.14 \times \frac{108}{360} + 10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{48}{360} \times 2 = \left(12 + \frac{16}{3}\right) \times 3.14 = 54.42\cdots\text{(m)} \rightarrow 54.4\text{m}$$

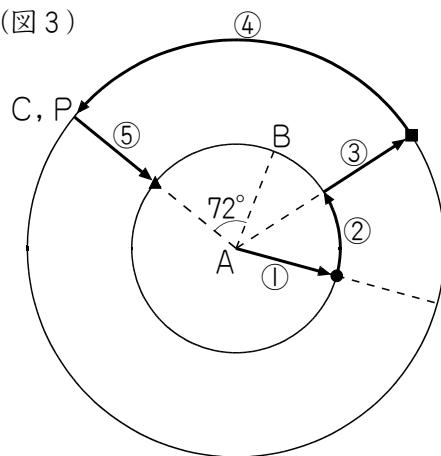
さらに、①, ③, ⑤, ⑦で移動する道のりはすべて10mですから、

$$54.4 + 10 \times 4 = 94.4\text{ (m)}$$

(図2)



(図3)



③ (1)(ア) 右の(表1)のように、全部で4通りの方法があります。

(イ) (表1)から、1円玉の枚数は3枚か8枚とわかります。

3枚持ってきた生徒と8枚持ってきた生徒の人数の合計が40人で、枚数の合計が165枚ですから、つるかめ算を使って8枚持ってきた生徒の人数を求めると、

$$(165 - 3 \times 40) \div (8 - 3) = 9\text{ (人)}$$

とわかります。よって、5円玉を1枚も持てこなかった生徒の人数も9人です。

(表1)

10円玉(枚)	2	2	1	0
5円玉(枚)	1	0	3	5
1円玉(枚)	3	8	3	3

(2) 389円を用意するには、100円玉が3枚、50円玉が1枚、10円玉が3枚、5円玉が1枚、1円玉が4枚必要ですから、最低でも、

$$3 + 1 + 3 + 1 + 4 = 12(\text{枚})$$

必要になります。また、11枚以上必要になる金額のうち、一番低い金額は、1円玉を4枚、5円玉を1枚、10円玉を4枚、50円玉を1枚、100円玉を1枚使う場合で、

$$1 \times 4 + 5 \times 1 + 10 \times 4 + 50 \times 1 + 100 \times 1 = 199(\text{円})$$

になります。次に、0円～49円までの金額を用意するのに必要な最低枚数を調べると、下の(表2)のようになります(この表には最低枚数が0枚の場合も加えてあります)。このそれぞれに50円を追加しても最低枚数は1枚増えるだけですから、50円～99円はすべて10枚以内でできることがわかります。同様に、このそれぞれに100円を追加しても最低枚数は1枚増えるだけですから、100円～149円もすべて10枚以内でできます。ところが、このそれぞれに150円を追加すると最低枚数は2枚増えますから、すでに9枚使っている場合は10枚内で作ることができなくなります。つまり、 $(49 + 150 =) 199$ 円は10枚以内で作ることができなくなります(←これは②の答えでもあります)。このように考えると、3枚追加する場合は $(1 + 3 =) 4$ 通り、4枚追加する場合は $(4 + 5 =) 9$ 通り、5枚追加する場合は $(9 + 7 =) 16$ 通り、6枚追加する場合は $(16 + 9 =) 25$ 通りの場合がありますから、(表3)のようになります。よって、10枚以内でできない金額は、

$$1 + 1 + 4 = 6(\text{通り})$$

…… 300円(追加250円)までの金額

$$1 \times 4 + 4 \times 4 + 9 \times 4 + 16 \times 3 + 25 \times 1 = 129(\text{通り}) \cdots \cdots 1000\text{円}(追加950\text{円}) \text{までの金額}$$

(表2)

最低枚数	金額	何通りか
0	0	1
1	1, 5, 10	3
2	2, 6, 11, 15, 20	5
3	3, 7, 12, 16, 21, 25, 30	7
4	4, 8, 13, 17, 22, 26, 31, 35, 40	9
5	9, 14, 18, 23, 27, 32, 36, 41, 45	9
6	19, 24, 28, 33, 37, 42, 46	7
7	29, 34, 38, 43, 47	5
8	39, 44, 48	3
9	49	1

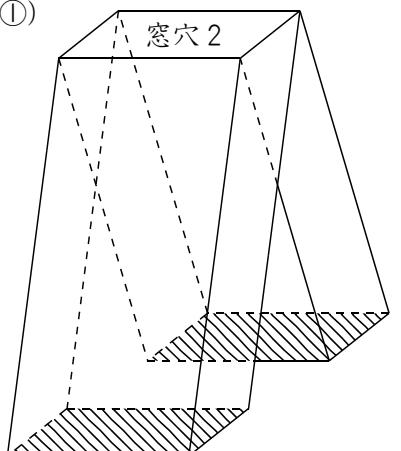
(表3)

金額	枚数	何通りか
50円	1枚	0
100円	1枚	0
150円	2枚	1
200円	2枚	1
250円	3枚	4
300円	3枚	4
350円	4枚	9
400円	4枚	9
450円	5枚	16
500円	1枚	0

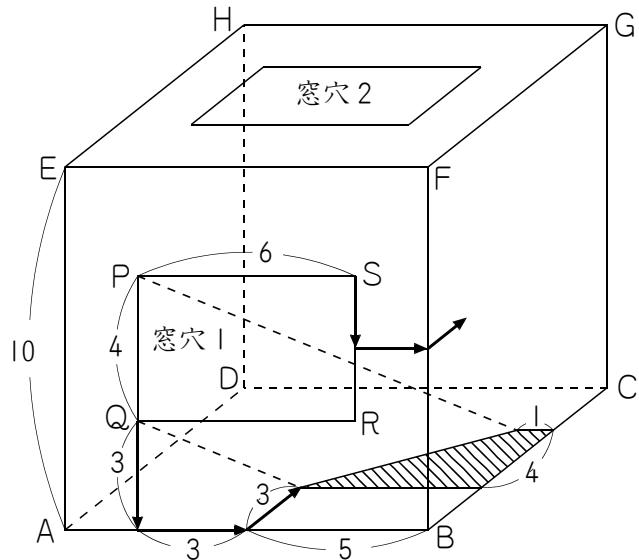
④

はじめに、床面にできた斜線部分について考えます。もし、窓穴2を通った光が床面にあたったとすると(図①)のようになりますから、斜線部分は窓穴2と合同になります。ところが、実際の斜線部分には立方体の辺と平行でない辺がありますから、これは窓穴1を通った光があたったものとわかります。そこで、窓穴1をPQRSとして、頂点Qを通った光について考えます。(図②)のように、頂点Qを通った光は、下に3マス、右に3マス、奥に3マス進んで床面にあたっています。つまり、光は立方体の頂点Eから頂点Cに向かう方向に進んでいます。実際、頂点Pを通った光は、下に7マス、右に7マス、奥に7マス進んで床面にあたっています。同様に考えると、頂点Sを通った光は、下に2マス、右に2マス、奥に2マス進み、面FBCGにあたることになります。頂点Rを通った光についても同様ですから、これらを展開図に移すと、窓穴1を通った光があたるのは(図③)の斜線部分X、Yとなります。

(図①)

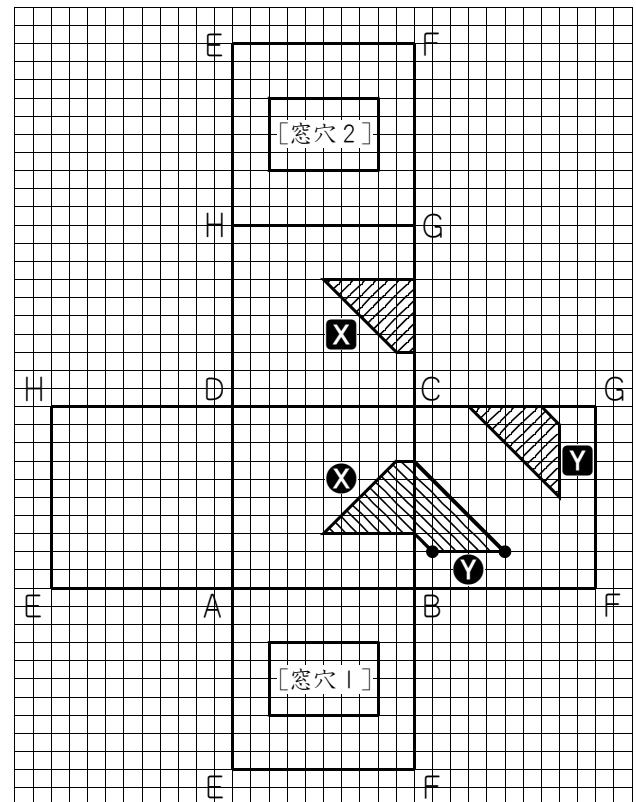


(図②)



(長さは展開図のマスの数を表しています)

(図③)



次に、窓穴 2 を通った光について考えます。(図②)で、窓穴 1 と窓穴 2 は直線 EC を軸として対称の位置にありますから、窓穴 2 を通った光があたる部分は、窓穴 1 を通った光があたる部分と合同になります。ここで、立方体を頂点 E と頂点 C が重なる方向から見ると(図④)のようになります。この図で、窓穴 1 と窓穴 2 は直線 FD を軸として対称の位置にありますから、同じ見方をすると、面 ABCD と対称の位置にあるのは面 HGCD になります。よって、窓穴 1 を通った光が面 ABCD にあたる部分と、窓穴 2 を通った光が面 HGCD にあたる部分は、展開図上では直線 CD を軸として線対称になります。同様に、面 FBCG と対称の位置にあるのは同じ面 FGCB ですから、窓穴 1 を通った光が面 FBCG にあたる部分と、窓穴 2 を通った光が面 FGCB にあたる部分は、展開図上では直線 CF を軸として線対称になります。したがって、窓穴 2 を通った光があたるのは(図③)の斜線部分 X, Y となります。

(図④)

