

算数

- ① (1) $\frac{3}{16}$ 倍 (2) $\frac{5}{36}$ 倍 (3) 每分62m

② (1) 六角形 (2) 14.4cm (3) 20.3cm

③ (1) 《図1》…10通り, 《図2》…18通り (2) 《図4》…18通り, 《図5》…63通り

④ (1) 解説参照 (2) (a) (x)…23, (y)…89, (z)…38 (b) スペードがハートよりも1大きい
(c) (ア)…12, (イ)…78, (ウ)…56, (エ)…34, (オ)…9T, (カ)…1T, (キ)…27, (ク)…58,
(ケ)…36, (コ)…49

解 説

- ① (I) K君とS君の進行のようすをグラフに表すと、右のようになります(太い実線は実際のK君、細い実線は予定のK君、点線はS君を表し、●はそのときの速さ<毎分●m>を表します)。条件より、ADの長さがAFの長さの $\frac{15}{16}$ 倍にあたることがわかります。また、K君がスイカを1つ持っているときと2つ持っているときの速さの比は $(80 : 60 =) 4 : 3$ ですから、同じ距離を進むのにかかる時間の比は $(\frac{1}{4} : \frac{1}{3} =) 3 : 4$ となり、ABとAFの長さの比も3:4とわかります。よって、AFの長さを1とすると、

$$1 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \quad \dots \dots \text{ADの長さ}$$

$$1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad \dots \dots A B \text{ の長さ}$$

$$\frac{15}{16} - \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \quad \dots \dots \text{BDの長さ}$$

$$\frac{3}{16} \div 1 = \frac{3}{16} \text{ (倍)} \dots \dots \text{求める割合}$$

(2) AFの部分の時間を1とすると、自宅からおばさんの家までの距離は $(60 \times 1 =) 60$ となります。また、K君がスイカを持っていないときと1つ持っているときの速さの比は $(100 : 80 =) 5 : 4$ ですから、BCとCDの部分の時間の比は $(\frac{1}{5} : \frac{1}{4} =) 4 : 5$ となります。この和が $\frac{3}{16}$ ですから、

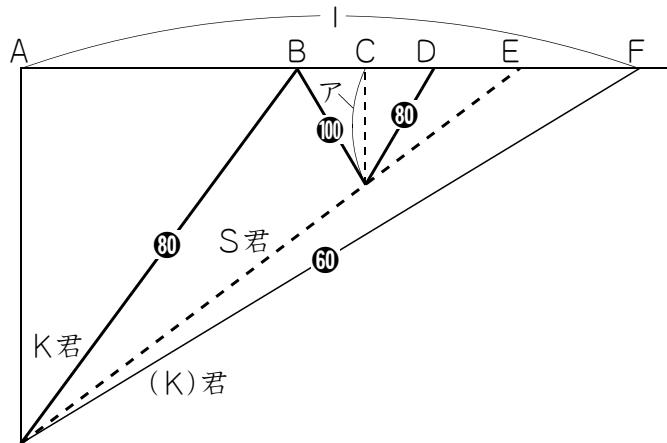
$$\frac{3}{16} \times \frac{4}{4+5} = \frac{1}{12} \cdots BC\text{の部分の時間}$$

$$100 \times \frac{1}{12} = \frac{25}{3} \quad \dots \dots \text{アの距離}$$

$$\frac{25}{3} \div 60 = \frac{5}{36} \text{ (倍)} \cdots \text{ 求める割合}$$

(3) S君がK君と出会うまでに進んだ距離は $(60 - \frac{25}{3}) = \frac{155}{3}$ です。また、S君がこの距離を進むのにかかった時間は $(\frac{3}{4} + \frac{1}{12}) = \frac{5}{6}$ です。よって、S君の速さは、

$$\frac{155}{3} \div \frac{5}{6} = 62 \text{ (m/分)}$$



- ② (1) 下の(図1)のように, PRを延長した直線と, HG, HDを延長した直線の交点をそれぞれI, Jとします。次に, IQを延長した直線とHEを延長した直線の交点をKとします。最後にJとKを結ぶと, 図形Xは太線で囲んだ六角形PLMQNRとわかります。

- (2) 図形Xを前から見ると、(図2)のようになります。この図で、かげをつけた三角形は相似ですから、これらの三角形の直角をはさむ2辺の比はすべて(9 : 12 =) 3 : 4になります。よって、

$$4 \div 4 \times 3 = 3 \text{ (cm)} \quad \dots \text{MEの長さ}$$

$$4 \times 3 \div 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots \text{三角形EQMの面積}$$

$$12 \times 9 \div 2 = 54 (\text{cm}^2) \quad \dots \dots \text{三角形BPRの面積}$$

$$228 + 6 + 54 = 288 (\text{cm}^2) \quad \dots \dots \text{長方形 AEFB の面積}$$

$$288 \div (8 + 12) = 14.4 \text{ (cm)} \cdots \text{AE の長さ}$$

- (3) (図2)で, RFの長さは($14.4 - 9 =$)5.4cmですから, FIの長さは($5.4 \div 3 \times 4 =$)7.2cmとなり, 上から見た図は(図3)のようになります。この図で, 4つの三角形AKQ, CNI, DLP, DKIは相似ですから,

$$4 : 7.2 : 8 : (8 + 12 + 7.2) = 5 : 9 : 10 : 34 \quad \dots \dots \text{相似比}$$

$$(5 \times 5) : (9 \times 9) : (10 \times 10) : (34 \times 34) = 25 : 81 : 100 : 1156 \dots \text{面積比}$$

となり、この比の($1156 - 25 - 81 - 100 = 950$)にあたる面積が 266cm^2 ですから、

$$266 \times \frac{25}{950} = 7 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots \dots \text{三角形} A K Q \text{の面積}$$

$$7 \times 2 \div 4 = 3.5(\text{cm}) \quad \dots \dots \text{A} \text{K} \text{の長さ}$$

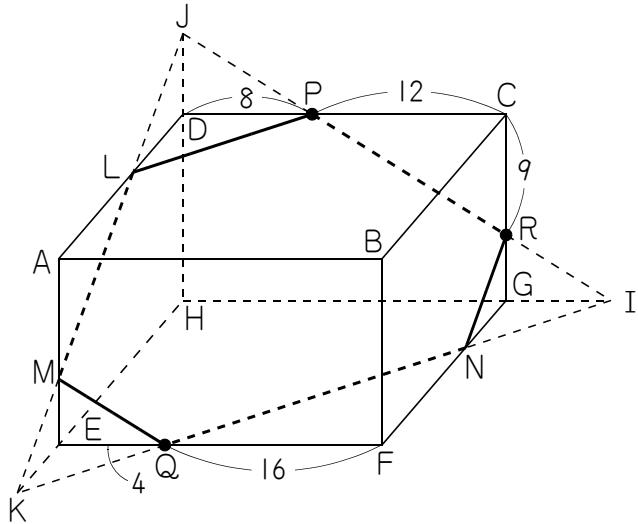
とわかります。また、かけをつけた三角形は相似ですから、これらの三角形の直角をはさむ2辺の比はすべて(4 : 3.5 =) 8 : 7になります。よって、

$$7.2 \div 8 \times 7 = 6.3(\text{cm}) \cdots \text{CNの長さ}$$

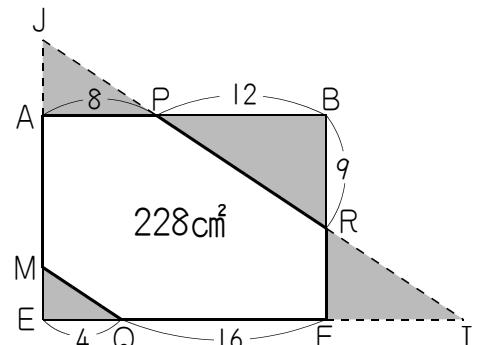
$$16 \div 8 \times 7 = 14(\text{cm}) \quad \dots \dots \text{BNの長さ}$$

$$6.3 + 14 = 20.3 \text{ (cm)} \quad \dots \dots \text{ADの長さ}$$

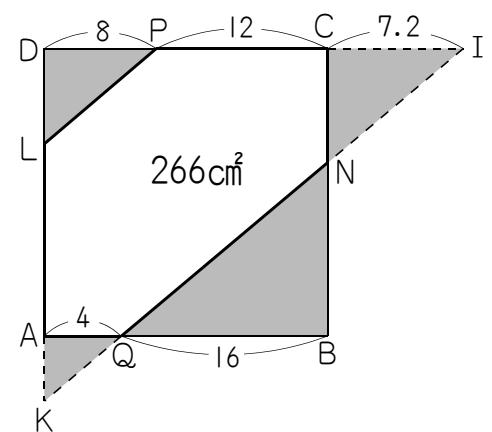
(図 1)



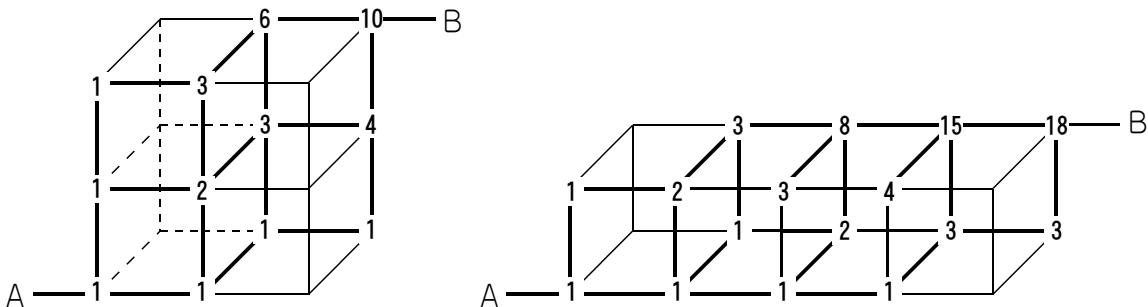
(図2)



(図3)



- ③ (1) 平面上の道を最短距離で行く場合と同じように、交差点ごとに加えて求めます。すると、それぞれ下の図のようになりますから、《図1》は10通り、《図2》は18通りとわかります。



(2) 《図4》の場合、左に進む道は、下の(図①)の(a)～(f)の6通り考えられます。左に進む道が(a)の場合、AからQまでの行き方は1通りです。また、(図②)(←AからBまで最短で行く場合の図)を見ると、PからBまでの行き方は4通りとわかりますから、A→Q→P→Bの移動経路は($1 \times 4 =$)4通りと求められます。次に、左に進む道が(b)の場合、AからRまでの行き方は1通りです。このとき、QからBまでの行き方は、(図②)のかけをつけた部分を見ると3通りとわかりますから、A→R→Q→Bの移動経路は($1 \times 3 =$)3通りと求められます。(c)～(f)の場合も同様に求めると右のようになりますから、全部で、

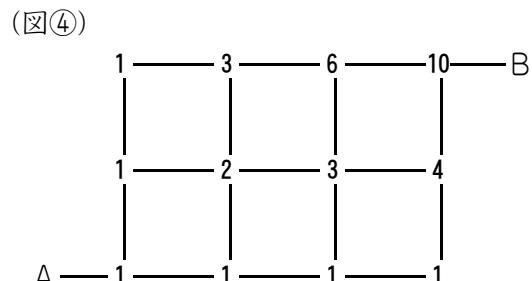
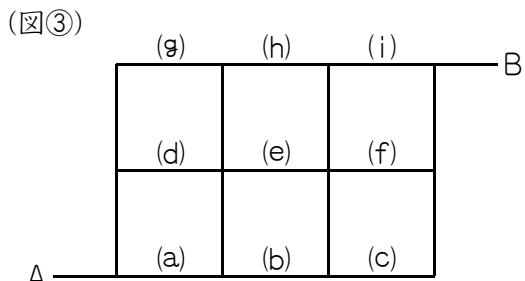
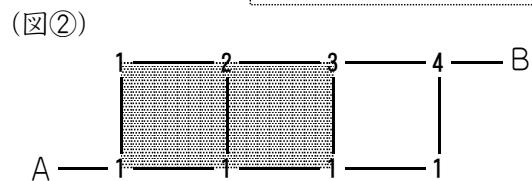
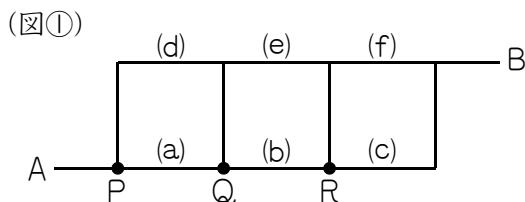
$$4 + 3 + 2 + 2 + 3 + 4 = 18 \text{ (通り)}$$

《図5》の場合も同様に考えると、左に進む道は(図③)の(a)～(i)の9通り考えられます。また、AからBまで最短で行く場合の図は図④のようになりますから、それぞれ右のように求められます。よって、全部で、

$$10 + 6 + 3 + 8 + 9 + 8 + 3 + 6 + 10 = 63 \text{ (通り)}$$

- (a)の場合 $1 \times 4 = 4$ (通り)
- (b)の場合 $1 \times 3 = 3$ (通り)
- (c)の場合 $1 \times 2 = 2$ (通り)
- (d)の場合 $2 \times 1 = 2$ (通り)
- (e)の場合 $3 \times 1 = 3$ (通り)
- (f)の場合 $4 \times 1 = 4$ (通り)

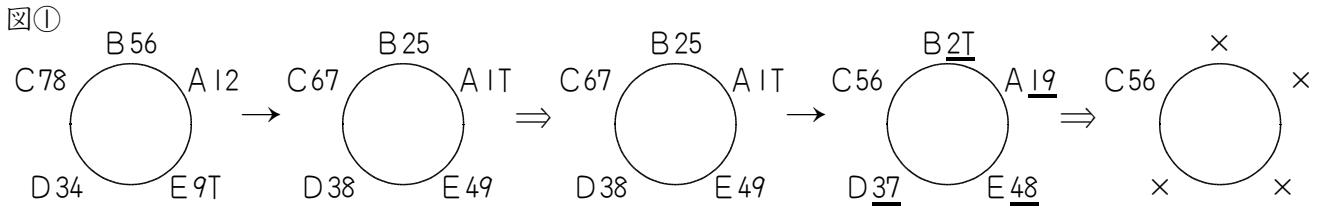
- (a)の場合 $1 \times 10 = 10$ (通り)
- (b)の場合 $1 \times 6 = 6$ (通り)
- (c)の場合 $1 \times 3 = 3$ (通り)
- (d)の場合 $2 \times 4 = 8$ (通り)
- (e)の場合 $3 \times 3 = 9$ (通り)
- (f)の場合 $4 \times 2 = 8$ (通り)
- (g)の場合 $3 \times 1 = 3$ (通り)
- (h)の場合 $6 \times 1 = 6$ (通り)
- (i)の場合 $10 \times 1 = 10$ (通り)



【別解】

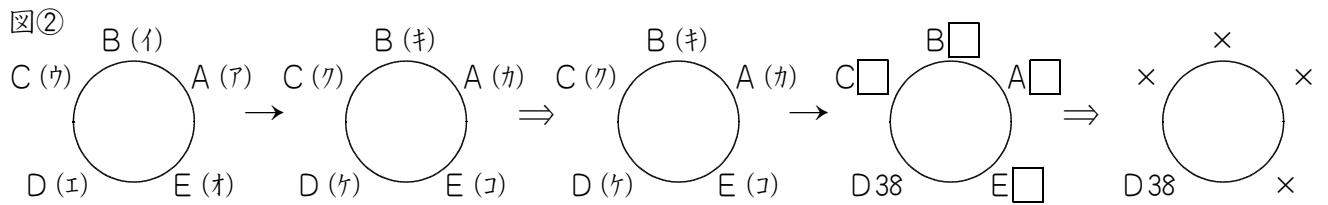
《図4》、《図5》ともに横に3列ですから、横向き(→, ←)の移動については、ア列、イ列、ウ列のどこで左に進むかで3通りあります。《図4》の場合、「↑→→→→←」の6つの移動をし、↑の位置は6通り、→と←の位置は3通りですから($6 \times 3 =$)18通り、《図5》の場合、「↑↑→→→→←」の7つの移動をし、↑の位置は($\frac{7 \times 6}{2 \times 1} =$)21通り、→と←の位置は3通りですから($21 \times 3 =$)63通りです。

- ④ (1) ハートのカードはすべて奇数で、スペードのカードはすべて偶数です。そして、はじめに奇数と偶数が1枚ずつ配られ、大きい方のカードを右どなりの人にわたします。この結果、2枚とも奇数、または2枚とも偶数になると負けになりますから、下の図①のようになります、Cの勝ちとわかります。

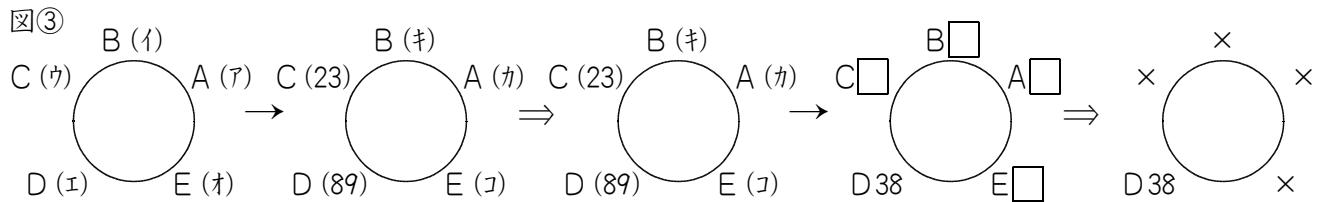


注意 \Rightarrow の部分では「負ける人の判定」だけを行い、カードの移動は行わないことに注意します。つまり、図①の2つ目の図を見ると、全員が奇数と偶数を1枚ずつ持っていて、この段階で負ける人はいませんから、2つ目の図と3つ目の図は同じになります。

- (2)(a) 2つ目の図で負ける人はいませんから、2つ目の図と3つ目の図は同じになります。また、4つ目の図でDは負けていませんから、図②のように表すことができます。



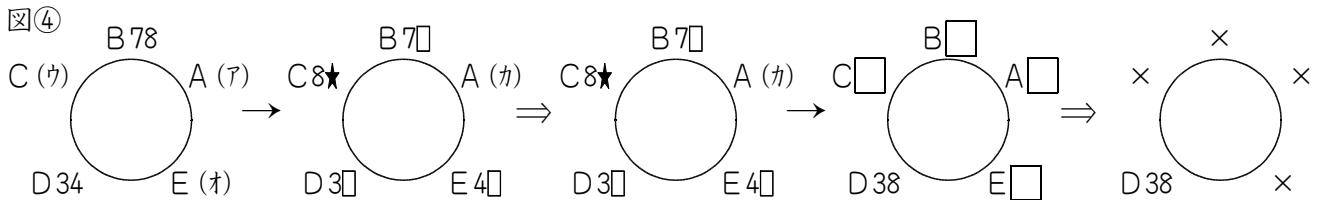
はじめに、3つ目の図と4つ目の図に注目します。Dの8がCからもらったものであったとすると、(ケ)には3が含まれていることになります。これは「(ケ)には3がない」という仮定に反しますから、Dの8はもともと持っていたもので、Dの3はCからもらったものとわかります(つまり、(ク)には3、(ケ)には8がある)。すると、CがDに3をわたすときに持っていたもう1枚のカードは、3より小さい偶数である2ですから、(ク)は23と決まります。また、DがEにわたしたカードは8より大きい奇数である9ですから、(ケ)は89と決まり、図③のようになります。



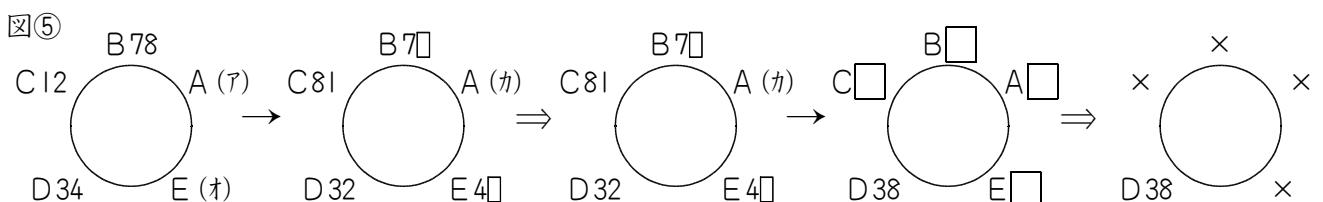
次に、図③の1つ目と2つ目の図に注目します。Dの89のうち、Cからもらったのが9だとすると(ウ)は29または39になりますが、はじめに配られたのは奇数と偶数ですから、29と決まります。また、Cからもらったのが8だとすると(ウ)は28または38になりますが、同じ理由で38と決まります。よって、(ウ)は29または38です。したがって、(X)は23、(Y)は89、(Z)は38となります。

- (b) 1回目にだれも負けていないことに注目します。もし、1回目にAさんがBさんに奇数をわたしたとすると、Bさんが負けないためには、BさんはCさんに奇数をわたす必要があります。すると、CさんもDさんに奇数をわたす必要があります。DさんもEさんに、EさんもAさんにそれぞれ奇数をわたす必要があります。1回目にAさんがBさんに偶数をわたした場合も同様に考えると、1回目にわたしたカードは、すべて奇数かすべて偶数かのどちらかになります。ところが、Tよりも大きい奇数はありませんから、1回目にわたしたカードはすべて偶数と決まります。次に、2よりも小さい奇数は1だけですから、はじめに2を持っていた人は1も持っていたことになります。また、残りのカードで4よりも小さい奇数は3だけですから、はじめに4を持っていた人は3も持っていたことになります。同様に考えると、(ア)～(オ)は、(2, 1), (4, 3), (6, 5), (8, 7), (T, 9)のいずれかですから、偶数(=スペード)が奇数(=ハート)よりも1大きいことになります。

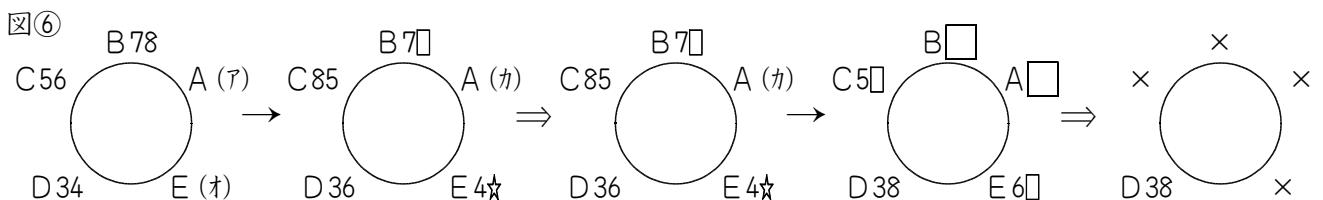
(c) 図②で、(ケ)には3がありますから、Dの8はCからもらったものとなり、(ク)には8があることがわかります。また、1回目にわたしたカードはすべて偶数ですから、Cの8はBからもらったものとなり、(イ)は78と決まり、(キ)には7があることがわかります。さらに、Dは1回目にわたした後に3が残りますから、(エ)は34と決まり、(コ)には4があることがわかります。よって、図④のようになります。



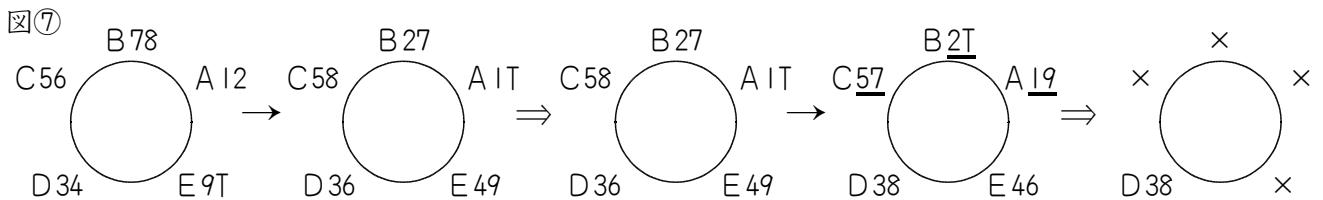
次に、2回目にCはDに8をわたしましたから、わたす前に持っていたもう1枚(図の★)は、8よりも小さい奇数で残っている1か5です。これが1だとすると(ウ)は12となり、図⑤のようになります。



すると、Dが2回目にわたすカードが矛盾してしまいますから、★は5と決まり、(ウ)は56とわかります。よって、図⑥のようになります。



ここで、★は残っている奇数ですから1か9ですが、1だとすると最後のEは16となり、Eが負けることはありません。したがって、★は9ですから、(オ)は9T, (ア)は12と決まり、図⑦のようになります。



以上より、可能性がある組は1通りだけあり、(ア)は12, (イ)は78, (ウ)は56, (エ)は34, (オ)は9T, (カ)は1T, (キ)は27, (ク)は58, (コ)は49となります。