

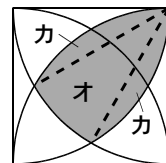
解 答

- ① (1) A...12 B...24 C...44 (2) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$, 5 (3) $\frac{209}{27} \cdot \frac{1167}{27}$
 ② (1) 2 (2) ㊦...5 ㊧...2 (3) ㊤ (4) ㊦...4 ㊧...4 ㊨...2 ㊩...2
 ③ (1) ゆう君... $6\frac{1}{7}$ 分 まさひろ君... $5\frac{20}{21}$ 分 (2) $78\frac{4}{7}$ m (3) B地点・ $9\frac{11}{21}$ m
 (4) 19回目・7.2m
 ④ (1) 24cm^3 (2) 図形...解説参照 面積... 6cm^2 (3) 12cm^3 (4) 6cm^3

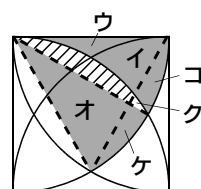
解 説

- ① (1) A $\langle \frac{23}{5} \rangle = \langle 4\frac{3}{5} \rangle = 4 + 5 + 3 = 12$
 B $\langle \frac{\square}{12} \rangle = \langle \square + 1\frac{1}{4} \rangle = \square + 1 + 4 + 1 = 30$
 $\square = 30 - (1 + 4 + 1) = 24$
 C $\frac{4}{\square} = \frac{Q}{P}$ とすると, P と Q は互いに素で和が 12 ですから,
 $\{P, Q\} = \textcircled{1}\{11, 1\}, \textcircled{2}\{7, 5\}$
 です。□ が整数になるのは ① の場合ですから, □ は,
 $4 \times \frac{11}{1} = 44$
 (2) ・アが整数の場合: $A = 5$
 ・アが 1 未満の分数の場合: $A = \frac{Q}{P}$ とすると, $P + Q = 5$ より, $A = \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$
 ・アが 1 より大きい分数の場合: $A = R\frac{Q}{P}$ とすると, $R + P + Q = 5$ より, $A = 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}$
 したがって, 小さい順に,
 $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}, 5$
 (3) 小さい方から考えます。ア $= R\frac{Q}{27}$ とすると, Q は 26 以下で 27 と互いに素です。27 = $3 \times 3 \times 3$ より, Q は 3 の倍数ではないので, $Q = 26, 25, 23, 22, 20, \dots$ となります。よって, 小さい順に,
 $1\frac{26}{27}, 2\frac{25}{27}, 4\frac{23}{27}, 5\frac{22}{27}, 7\frac{20}{27}, \dots$ → 小さい方から 5 番目は $(7\frac{20}{27}) = \frac{209}{27}$
 続いて, 大きい方から考えます。最も大きいアは $(54 = \frac{1458}{27})$ です。また, ア $= R\frac{Q}{P}$ とすると, 27 の約数は $\{1, 3, 9, 27\}$ ですから, P は $\{3, 9, 27\}$ です。よって, 大きい順に,
 $\frac{1458}{27}, 50\frac{1}{3}, 49\frac{2}{3}, 44\frac{1}{9}, 43\frac{2}{9}, \dots$ → 大きい方から 5 番目は $(43\frac{2}{9}) = \frac{1167}{27}$
 ② (1) エは正三角形です。よって, オは中心角 30 度のおうぎ形で, (エ+カ) は中心角 60 度のおうぎ形ですから,
 $\textcircled{7} = \textcircled{7} \times 2 - \textcircled{5} \times 1 \rightarrow \textcircled{7} = 2$
 (2) (図 1) のように図形を分けることができます。これと (1) より,
 $\textcircled{7} + \textcircled{7} = \textcircled{7} \times 1 + \textcircled{2} \times 2$
 $= \textcircled{7} \times 1 + (\textcircled{7} \times 2 - \textcircled{5} \times 1) \times 2$
 $= \textcircled{7} \times 1 + \textcircled{7} \times 4 - \textcircled{5} \times 2$
 $= \textcircled{7} \times 5 - \textcircled{5} \times 2 \rightarrow \textcircled{7} = 5, \textcircled{5} = 2$
 (3) (図 2) のようにオを作ることができます。このとき,
 斜線部分+ク=カ=コ+ケ+ク
 より, 斜線部分と(コ+ケ)の面積は等しいです。したがって,
 $\textcircled{7} + \textcircled{7} + \textcircled{7} = \textcircled{5} \rightarrow \textcircled{7} = \textcircled{5}$
 (4) (図 3) と (3) より,
 $\textcircled{7} = \textcircled{5} \times 1 - (\textcircled{7} + \textcircled{2}) \times 4$
 $\textcircled{7} + \textcircled{7} = \textcircled{5} - \textcircled{7}$
 したがって,
 $\textcircled{7} = \textcircled{5} \times 1 - (\textcircled{5} - \textcircled{7}) \times 4$
 $= \textcircled{5} \times 1 + \textcircled{7} \times 4 - \textcircled{5} \times 4 \rightarrow \textcircled{7} = 4, \textcircled{5} = 4$

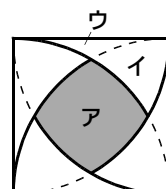
(図 1)



(図 2)



(図 3)



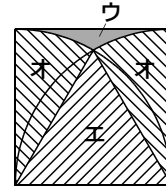
(2)と より,

$$\begin{aligned}\textcircled{7} &= \textcircled{7} \times 5 - \textcircled{4} \times 2 - \textcircled{2} \\ &= \textcircled{7} \times 5 - \textcircled{4} \times 2 - (\textcircled{4} \times 1 + \textcircled{7} \times 4 - \textcircled{4} \times 4) \\ &= \textcircled{4} \times 4 - \textcircled{4} \times 2 + \textcircled{7} \times 5 - \textcircled{7} \times 4 - \textcircled{4} \times 1 \\ &= \textcircled{4} \times 2 + \textcircled{7} \times 1 - \textcircled{4} \times 1 \rightarrow \textcircled{4} = 2\end{aligned}$$

(図4)より,

$$\textcircled{2} = \textcircled{4} \times 1 - \textcircled{4} \times 1 - \textcircled{7} \times 2 \rightarrow \textcircled{2} = 2$$

(図4)



- ③ (1) $120 \div 84 = 1\frac{3}{7}$ (分) ……ゆう君がA B間を進むのにかかる時間
 $180 \div 105 = 1\frac{5}{7}$ (分) ……ゆう君がC D間を進むのにかかる時間
 $1\frac{3}{7} + 1\frac{5}{7} + (100+200) \div 100 = 6\frac{1}{7}$ (分) ……ゆう君が一周するのにかかる時間
 $180 \div 90 = 2$ (分) ……まさひろ君がD C間を進むのにかかる時間
 $120 \div 126 = \frac{20}{21}$ (分) ……まさひろ君がB A間を進むのにかかる時間
 $2 + \frac{20}{21} + (100+200) \div 100 = 5\frac{20}{21}$ (分) ……まさひろ君が一周するのにかかる時間

(2) まさひろ君がC地点にいたとき, ゆう君はB地点から,

$$100 \times \left(2 - 1\frac{3}{7}\right) = \frac{400}{7}(\text{m})$$

進んでいます。2人が平らな道走る速さは等しいですから, はじめてすれ違うのは, B地点から,

$$\left(100 - \frac{400}{7}\right) \div 2 + \frac{400}{7} = 78\frac{4}{7}(\text{m})$$

の場所です。

(3) 一周するのにかかる時間は, まさひろ君の方がゆう君よりも,

$$6\frac{1}{7} - 5\frac{20}{21} = \frac{4}{21}(\text{分})$$

早いですが, ゆう君がB地点を通過するまでにまさひろ君がC地点からC B間を進む距離は, 一周するごとに,

$$100 \times \frac{4}{21} = 19\frac{1}{21}(\text{m})$$

ずつ長くなります。したがって, 2人がB C間で次にすれ違うのは, はじめてすれ違う場所からB地点の方へ,

$$19\frac{1}{21} \div 2 = 9\frac{11}{21}(\text{m})$$

ずれた場所です。

(4) ゆう君がはじめてD地点を通過するとき, まさひろ君は, C地点から,

$$1\frac{3}{7} + 100 \div 100 + 1\frac{5}{7} - \left(2 + 100 \div 100 + \frac{20}{21}\right) = \frac{4}{21}(\text{分})$$

進んでいますから, 2人が2回目にすれ違うのは, A D間であることがわかります。また, 一周するのにかかる時間は, まさひろ君の方がゆう君よりも早いことから, 2人が偶数回目にすれ違う地点はA D間をD地点の方へずれていきます。よって, 2人がはじめてA B間ですれ違うのは, 奇数回目であることがわかります。(3)より, 2人がB C間ですれ違う地点は, 一周するごとにB地点の方へ $9\frac{11}{21}\text{m}$ ずつずれていきますから,

$$78\frac{4}{7} \div 9\frac{11}{21} = 8\frac{1}{4}$$

より, 2人がB C間で $(8+1)=9$ 回すれ違った後に, はじめてA B間ですれ違うことがわかります。したがって, はじめてA B間ですれ違うのは, 走りはじめてから,

$$9 \times 2 + 1 = 19(\text{回目})$$

です。また, まさひろ君が $(9+1)=10$ 回目にB地点を通過するのは, 走りはじめてから,

$$5\frac{20}{21} \times 9 + 2 + 100 \div 100 = 56\frac{4}{7}(\text{分後})$$

で, このとき, ゆう君はA地点から,

$$56\frac{4}{7} - 6\frac{1}{7} \times 9 = 1\frac{2}{7}(\text{分})$$

進んでいますから, B地点から,

$$120 - 84 \times 1\frac{2}{7} = 12(\text{m})$$

の場所にいます。したがって, 2人がはじめてA B間ですれ違うのは, B地点から,

$$12 \times \frac{126}{84+126} = 7.2(\text{m})$$

の場所です。

- ④ (1) $6 \div 3 = 2$ (cm)
 $2 \times 2 = 4$ (cm²) ……底面積
 $4 \times 6 = 24$ (cm³) ……体積

(2) 立体を正面から見ると(図1)のようになることから、辺あサ、辺おソはそれぞれ真ん中の点で切られることがわかります。よって、切断面は(図2)の太線で囲まれた平行四辺形になり、面いせセイを取り出すと(図3)のようになります。切断面の面積は、

$$2 \times (6 \div 2) = 6$$
 (cm²)

(3) (2)と同様に、面うそソウによって、辺いシ、辺かタはそれぞれ真ん中の点で切られますから、直方体と立体Aの共通部分は(図4)のかげの部分になります。面おスタクを取り出すと(図5)のようになり、面かPソQの面積は面おソタかの面積の半分ですから、求める体積は立体Aの体積の半分です。よって、 $(24 \div 2 =) 12$ cm³です。

別解 (2)の切断面を底面と考えると、高さが2 cmより、 $(6 \times 2 =) 12$ cm³と求めることもできます。

(4) 立体Aと立体Bの共通部分は(図6)のかげの部分になります。面おスタクを取り出すと(図7)のようになり、面P R Q Sの面積は面かPソQの面積の半分ですから、求める体積は(3)の立体の体積のさらに半分です。よって、 $(12 \div 2 =) 6$ cm³です。

