

解 答

① (1) 16回 (2) 2回 (3) 68回
 ② (1) AF…3.6cm BD…2.5cm (2) 3.24倍
 ③ 15, 16, 17, 18, 19 (または5, 12, 19, 26, 33)
 ④ (1) 2850 (2) 1600 (3) A…10個 B…6個 C…3個 (4) 3748

解 説

① (1) 正規運賃で4回、割引運賃で1回」乗車することをくり返す。

$$\begin{aligned}210 \times 4 + 100 &= 940 \\940 + 930 + 920 &= 2790 \\3000 &= 2790 + 210 \text{ より,} \\5 \times 3 + 1 &= 16 \text{ (回)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (840 + 100) + (840 + 90) + \dots + (840 + 10) + (840 + 0) \\= 840 \times 11 + 550 \\= 9790\end{aligned}$$

$$(9790 - 3000) \div 5000 = 1 \text{ あまり } 1790 \text{ (円)}$$

より、チャージ回数は2回。

(3) (2)より、 $(5 \times 11) = 55$ 回で9790円。

以降、「210円で4回、0円で1回」乗車することをくり返す。

$$(2012 - 55) \div 5 = 391 \text{ あまり } 2 \text{ 回}$$

したがって、

$$\begin{aligned}9790 + 840 \times 391 + 210 \times 2 &= 338650 \\(338650 - 3000) \div 5000 &= 67 \text{ あまり } 650 \text{ (円)} \\67 + 1 &= 68 \text{ (回)}\end{aligned}$$

② (1) 三角形DEFの面積=1とすると、三角形ABC=7

$$\text{三角形} ABD = \text{三角形} AED = (7 + 1 - 3) \div 2 = 2.5$$

$$\text{三角形} ADF = 2.5 - 1 = 1.5$$

したがって、

$$AF : FE = 1.5 : 1 = 3 : 2 \text{ より,}$$

$$6 \div (3 + 2) \times 3 = 3.6 \text{ (cm)} \cdots \text{AF}$$

$$BD : DC = 2.5 : (7 - 2.5) = 5 : 9 \text{ より,}$$

$$7 \div (5 + 9) \times 5 = 2.5 \text{ (cm)} \cdots \text{BD}$$

(2) 回転軸ADがそれぞれの立体の高さにあたる。

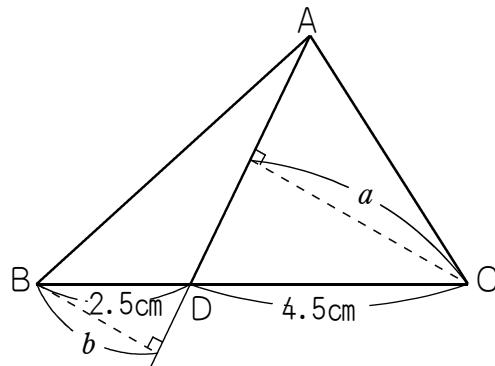
つまり、2つの立体の高さが等しいので、体積比は底面積比 ($a \times a : b \times b$) と同じ。

ここで、三角形ACDと三角形ABDにおいて、辺ADは共通の底辺であり、高さの比 $a : b$ は、その面積比 9 : 5 になる。

よって、求める体積比は、

$$9 \times 9 : 5 \times 5 = 81 : 25$$

$$\rightarrow 81 \div 25 = 3.24 \text{ (倍)}$$



③ (1) 実際のツル, カメ, トンボの数をそれぞれA, B, Cとすると,

実際の足の本数について,

$$2 \times A + 4 \times B + 6 \times C = 200 \cdots \text{①}$$

ツルをカメにすると1匹につき(4-2=)2本減り, トンボをカメにすると1匹につき(6-4=)2本減る。

また, ツルをトンボにすると1匹につき(6-2=)4本増える。全体の数が変わらないので

$$B + C = A \times 2 \cdots \text{②}$$

①, ②の式から,

$$(B + C) + 4 \times B + 6 \times C = 200$$

$$B \times 5 + C \times 7 = 200$$

$$200 \div 5 = 40 \text{あまり} 0$$

より, 下の表のようになる。

B	40	33	26	19	12	5
C	0	5	10	15	20	25

よって, ②より

$$(33 + 5) \div 2 = 19$$

$$(26 + 10) \div 2 = 18$$

$$(19 + 15) \div 2 = 17$$

$$(12 + 20) \div 2 = 16$$

$$(5 + 25) \div 2 = 15$$

15, 16, 17, 18, 19となる。

注) ②の式は問題文の解釈により,

$$A + B = C \times 2$$

と表すこともできるので, その場合は, 5, 12, 19, 26, 33が答となる。

④ (1) Nが偶数のとき, Nの約数の中で2番目に大きい整数は $\frac{N}{2}$ であるから,

$$\begin{aligned} & \langle 2 \rangle + \langle 4 \rangle + \langle 6 \rangle + \cdots + \langle 148 \rangle + \langle 150 \rangle \\ &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 74 + 75 \\ &= 2850 \end{aligned}$$

(2) Nが偶数のとき, (1)と同じで,

$$\begin{aligned} & \langle 6 \rangle + \langle 12 \rangle + \langle 18 \rangle + \cdots + \langle 144 \rangle + \langle 150 \rangle \\ &= 3 + 6 + 9 + \cdots + 72 + 75 \\ &= 3 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 25) \\ &= 975 \end{aligned}$$

Nが奇数, すなわち $n = 3 \times \square$ ($\square = 1, 3, 5, 7, \dots$) のとき,

$\langle 3 \times \square \rangle = \square$ であるので,

$$\begin{aligned} & \langle 3 \rangle + \langle 9 \rangle + \langle 15 \rangle + \cdots + \langle 141 \rangle + \langle 147 \rangle \\ &= 1 + 3 + 5 + \cdots + 47 + 49 \\ &= 625 \end{aligned}$$

したがって, $975 + 625 = 1600$

$$(2) \frac{A}{5} = \langle A \rangle$$

Aは5の倍数であるから, $A = 5 \times a$ とすると, $\frac{A}{5} = \frac{5 \times a}{5} = a$

したがって, $\langle 5 \times a \rangle = a$

また, aにあてはまる数は, 3の倍数でない奇数。

$a = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29$ の10個

$$\frac{B}{7} = \langle B \rangle$$

Bは7の倍数であるから, $B = 7 \times b$ とすると, $\frac{B}{7} = \frac{7 \times b}{7} = b$

したがって, $\langle 7 \times b \rangle = b$

また, b にあてはまる数は, 3の倍数でも5の倍数でもない奇数。

$b = 1, 7, 11, 13, 17, 19$ の6個

$$\frac{C}{11} = \langle C \rangle$$

C は11の倍数であるから, $C = 11 \times c$ とすると, $\frac{C}{11} = \frac{11 \times c}{11} = c$

したがって, $\langle 11 \times c \rangle = c$

また, c にあてはまる数は, 3の倍数でも5の倍数でも7の倍数でもない奇数。

$c = 1, 11, 13$ の3個

(4) (1)~(3)から考えて,

$$\begin{aligned} & 2850 + 625 + (1+5+7+11+13+17+19+23+25+29) \\ & + (1+7+11+13+17+19) + (1+11+13) + 35 \\ & = 3753 \end{aligned}$$

ここで, $\langle N \rangle = 1$ を満たす35個のnのうち, $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ の5個が重複しているので,

$$3753 - 1 \times 5 = 3748$$